

მათემატიკა ეკონომიკასა და ბიზნესში 1

(მათემატიკა ეკონომისტებისათვის 1)

ფინალური გამოცდა

(40 ქულა= 16x2,5ქულა)

ზ. თედიაშვილი

2023-2024

თეორიული საკითხების ჩამონათვალი

წრფივი ფუნქციები; წრფე სიბრტყეზე; მოთხოვნისა და მიწოდების წრფივი ფუნქციები, წონასწორობის ფასი და წონასწორობის სიდიდე; ხარისხები და ლოგარითმები; მატრიცები, მარტივთა შეკრება-გამოკლება; მატრიცის რიცხვზე გამრავლება; მატრიცათა ნამრავლი; ტრანსპონირებული მატრიცა. მეორე და მესამე რიგის დეტერმინანტები; მინორი, ალგებრული დამატება, მიკავშირებული და ტრანსპონირებული მატრიცები; შებრუნებული მატრიცა; წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები და მათი ამოხსნა კრამერის წესით; სარგებლის მარტივი განაკვეთი; სარგებლის რთული განაკვეთი; სარგებლის ნომინალური განაკვეთები; ეკვივალენტური განაკვეთები; ვალის დაფარვის გეგმა, ანუიტეტი, ინვესტიციების შეფასება-შედარების კრიტერიუმები; რიცხვითი მიმდევრობები; რიცხვითი მიმდევრობის ზღვარი; კრებადი მიმდევრობის თვისებები; ეილერის რიცხვი; უწყვეტი დარიცხვა; რიცხვითი მწკრივი და მისი ჯამი; რიცხვითი მწკრივის კრებადობის დალამბერის ნიშანი და კოშის რადიკალური ნიშანი.

ნ ი მ უ შ ი

1. წრფე სიბრტყეზე

- ა) L წრფე გადის $M(-9; 7)$ წერტილზე $-2x + 3y + 39 = 0$ წრფის პარალელურად. ჩაწერეთ ამ L წრფის განტოლება.

a) b) c) d)

2. მოთხოვნა – მიწოდება, წონასწორობა

- ა) მოთხოვნის ფუნქციაა $P = -4Q + 120$, ხოლო მიწოდების ფუნქცია $P = 0,5Q + 30$. მთავრობამ დააწესა ფიქსირებული გადასახადი 9 ლარის ოდენობით პროდუქციის ყოველ გაყიდულ ერთეულზე. იპოვეთ თუ ახალი წონასწორობის ფასი (ან ახალი წონასწორობის სიდიდე) პასუხი:

3. მატრიცები

- ა) იპოვეთ $C = AB$ მატრიცის c_{21} ელემენტი, თუ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 5 & 6 & 1 \end{bmatrix} \text{ და } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}.$$

a) b) c) d)

- ბ) იპოვეთ $C = AB$ მატრიცის c_{32} ელემენტი.

4. მატრიცები

ა) იპოვეთ $A^* + A^T$ მატრიცის ელემენტების ჯამი, თუ $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$.

პასუხი:

ბ) იპოვეთ $A^* - A^T$ მატრიცის უდიდესი ელემენტი, თუ $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$.

პასუხი:

5 წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები

ა) იპოვეთ x_2 , თუ
$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 + x_3 = 1 \\ 5x_2 - 3x_3 = -2 \\ 6x_1 + x_2 = -3 \end{cases}$$

პასუხი:

6. სარგებლის მარტივი განაკვეთი

ა) 25000 ლარი აღებულია სესხად სარგებლის წლიური მარტივი 5%-იანი განაკვეთით. რა თანხა უნდა დააბრუნოს მოვალემ 150 დღეში, თუ დარიცხვა ხდება ყოველდღიურად (1 წელი = 365 დღე; პასუხი დაამრგვალეთ მთელ რიცხვამდე)?

პასუხი:

ბ) სარგებლის წლიური მარტივი 10%-იანი განაკვეთით აღებული სესხი 220 დღეში გახდა 9120 ლარი. იპოვეთ დისკონტირებული თანხა, თუ დარიცხვა ხდება ყოველდღიურად (1 წელი = 365 დღე; პასუხი დაამრგვალეთ მთელ რიცხვამდე).

პასუხი:

7. სარგებლის რთული განაკვეთი

- ა) ბანკში დაბანდებულია 10000 დოლარი სარგებლის წლიური რთული 7,5 %-იანი განაკვეთით. რა თანხას დაუბრუნებს ბანკი მეანაბრეს 6 წლის ბოლოს (პასუხი დაამრგვალეთ მთელ რიცხვამდე) ?

პასუხი:

- ბ) ბანკში სარგებლის წლიური რთული 6,4 %-იანი განაკვეთით დაბანდებული თანხა 5 წელში გახდა 4773 დოლარი. რა თანხა დაუბანდებია მეანაბრეს (პასუხი დაამრგვალეთ მთელ რიცხვამდე) ?

პასუხი:

8. სარგებლის ნომინალური წლიური

რთული განაკვეთი

- ა) 2000 დოლარი აღებულია სესხად 2 წლით სარგებლის ნომინალური წლიური რთული 5 %-იანი განაკვეთით, კვარტალური დარიცხვით. გამოთვალეთ გადასახდელი თანხის რაოდენობა.

პასუხი:

- ბ) იპოვეთ 45000 ლარის შესაბამისი დისკონტირებული თანხა, თუ დროის ინტერვალია 3 წელი, ხოლო სარგებლის ნომინალური წლიური რთული განაკვეთია 16 %, ყოველთვიური დარიცხვით (პასუხი დაამრგვალეთ მთელ რიცხვამდე).

პასუხი:

9. სარგებლის ნომინალური წლიური

რთული განაკვეთი, უწყვეტი დარიცხვა

- ა) 31000 ლარი დაბანდებულია სარგებლის ნომინალური წლიური რთული 6 %-იანი განაკვეთით, უწყვეტი დარიცხვით. იპოვეთ 4 წელიწადში დაგროვებული თანხა (პასუხი დაამრგვალეთ მთელ რიცხვამდე).

პასუხი:

- ბ) სარგებლის ნომინალური წლიური რთული 7 %-იანი განაკვეთით დაბანდებული თანხა 3 წელიწადში გახდა 46386 ლარი. იპოვეთ დისკონტირებული თანხა, თუ დარიცხვა ხდებოდა უწყვეტად (პასუხი დაამრგვალეთ მთელ რიცხვამდე).

პასუხი:

10. ეკვივალენტური განაკვეთები

- ა) ვთქვათ, სარგებლის კვარტალური რთული განაკვეთია r %, მისი ეკვივალენტური ყოველთვიური რთული განაკვეთია r_0 %, მაშინ

$$a) r_0 = 100 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 - 100$$

$$b) r_0 = \left(\sqrt[3]{1 + \frac{r}{100}} - 1\right) \cdot 100$$

$$c) r_0 = 100 \sqrt[4]{1 + \frac{r}{100}} - 100$$

$$d) r_0 = 100 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^6 - 100$$

- ბ) n წელიწადში r %-იანი რთული განაკვეთის ეკვივალენტური წლიური მარტივი განაკვეთია

$$a) \left(\sqrt[n]{1 + \frac{r}{100}} - 1\right) \cdot \frac{100}{n}$$

$$b) \left(\sqrt[n]{1 - \frac{r}{100}} + 1\right) \cdot \frac{100}{n}$$

$$c) \left(\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - 1\right) \cdot \frac{100}{n}$$

$$d) \left(\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n - 1\right) \cdot \frac{100}{n}$$

11. ვალის დაფარვის გეგმა, ანუიტეტი

- ა) იპოვეთ ყოველწლიური გადასახადის სიდიდე 120 000 დოლარი ვალისათვის, რომელიც აღებულია 14 წლით სარგებლის წლიური რთული 8 %-იანი განაკვეთით (პასუხ დაამრგვალეთ მთელ რიცხვამდე).

პასუხი:

- ბ) იპოვეთ საწყისი თანხა იმ ანუიტეტისა, რომელიც ყოველწლიურად იძლევა 10 000 დოლარ შემოსავალს 9 წლის მანძილზე, თუ სარგებლის წლიური რთული განაკვეთია 12 % (პასუხ დაამრგვალეთ მთელ რიცხვამდე).

პასუხი:

12. ინვესტიციების შეფასება-შედარების კრიტერიუმები

- ა) საინვესტიციო პროექტი მოითხოვს 150 000 დოლარის ინვესტირებას და გარანტიას იძლევა, რომ 8 წელიწადში ინვესტორს დაუბრუნებს 242000 დოლარს. გამოთვალეთ (NPV), თუ საფინანსო ბაზრის დომინანტური წლიური რთული განაკვეთია 6 %.

a)

b)

c)

d)

- ბ) საინვესტიციო პროექტი მოითხოვს 90000 დოლარის ინვესტირებას და გარანტიას იძლევა, რომ 7 წელიწადში ინვესტორს დაუბრუნებს 146420 დოლარს. გამოთვალეთ (IRR).

a)

b)

c)

d)

13. რიცხვითი მიმდევრობის ზღვარი

ა) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{25n^2 + 21} - 45n}{10n + 12} = ?$

პასუხი:

ბ) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 12 \cdot 5^n}{7 \cdot 3^n + 5^{n+1}} = ?$

პასუხი:

14. რიცხვითი მიმდევრობის ზღვარი

ა) $\lim_{n \rightarrow \infty} 24 \cdot \left(\frac{3+6+\dots+3n}{6n+8} - \frac{n}{4} \right) = ?$ (ან $\lim_{n \rightarrow \infty} 18 \cdot \frac{1+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{4^{n-1}}}{1+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{3^{n-1}}} = ?$)

a)

b)

c)

d)

ბ) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n} \right) = ?$ (ან $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 7}{n^2 + 5} \right)^{n^2 + 1} = ?$)

a)

b)

c)

d)

15. რიცხვითი მწკრივი

ა) იპოვეთ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 5^n}{20^n}$ მწკრივის ჯამი

პასუხი:

ბ) იპოვეთ მწკრივის ჯამი, თუ ამ მწკრივის კერძო ჯამების მიმდევრობაა

$$S_n = 16 \left(\frac{5n+1}{8n+3} - \frac{3n-2}{4n+5} \right).$$

პასუხი:

16. რიცხვითი მწკრივი

ა) გამოთვალეთ დალამბერის ნიშანში მითითებული q შემდეგი

$$\text{მწკრივისათვის } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^2 4^{n+1}}.$$

a)

b)

c)

d)

ბ) გამოთვალეთ კოშის ნიშანში მითითებული q შემდეგი

$$\text{მწკრივისათვის } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}.$$

a)

b)

c)

d)