

Математика в экономике и бизнесе 2

Промежуточный экзамен (ОБРАЗЕЦ)

1. Функции одной переменной

а) Найти область определения функции $y = \ln(5x + x^2)$.

б) Найти область определения функции $y = \frac{8x + 1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$.

2. Функции одной переменной

а) Найти обратную функцию для функции $y = 5x - 26$.

б) Найти обратную функцию для функции $y = \frac{x^3 + 7}{8}$.

3. Функции дохода, расхода и прибыли.

а) Даны функции полного дохода $(TR) = -2Q^2 + 80Q$ и полного расхода $(TC) = 70 + 8Q$. При каком наибольшем значении Q фирма будет работать на нулевом пределе.

б) Функция спроса $P = -Q + 50$, функция средних затрат $(AC) = 6 + \frac{20}{Q}$. Каково наименьшее количество продукции, при котором прибыль будет равна 64 единицам?

4. Предел функции

Найти предел: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 7x + 3}{x^2 - 9}$.

5. ფუნქციის ზღვარი

ა) Найти предел: $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x + 20}{\sqrt{x + 21} - 4}$.

ბ) Найти предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 7x} - \sqrt{9x^2 - x})$.

6. Непрерывность функции и точки разрыва

ა) Найти точки разрыва функции $f(x) = \frac{x^3 - x}{(x + 1)(x - 7)}$ и установить род разрыва этих точек.

ბ) Найти численное значение параметра a , при котором функция f будет непрерывной в точка $x_0 = -5$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x}{25 - x^2}, & x \neq -5 \\ 4a - 3, & x = -5 \end{cases}.$$

7. Производная функции

ა) Найти производную функции $f(x) = 12^x x^8$.

ბ) Найти производную функции $f(x) = 4\sqrt{x} - 6 \ln x + 4\sqrt[3]{x}$ в точке $x = 1$.

8. Производная сложной функции

ა) Найти производную функции $y = \ln(5x^2 + 6\sqrt{x})$.

ბ) Найти производную функции $y = x e^{x^2 + 5x}$.

9. Маржинальные функции

а) Средние затраты производства задаются формулой $(AC) = 10Q + 5 + \frac{25}{Q}$.

Найти приближённое значение изменения полных затрат с помощью маржинальных затрат, когда количество выпущенной продукции уменьшится с $Q_1 = 9$ до $Q_2 = 7$ (или увеличится от 7 до 9).

б) Дана функция спроса $P = -4Q + 60$. Найти приближённое значение изменения полного дохода с помощью маржинального дохода, когда количество выпущенной продукции увеличивается с $Q_1 = 10$ до $Q_2 = 14$.

10. Эластичность

а) Дана функция спроса $P = -2Q^2 - 11Q + 990$. Найти процентное изменение спроса, если $Q = 16$ и процентное изменение цены равно $3,2\%$.

б) Функция предложения $Q = 0,06P^2 + 2P + 3$. Каково процентное изменение предложения, если $P = 14$ и процентное изменение цены равно $2,5\%$?

11. Экстремум функции

Дана функция полных затрат $(TC) = 2Q^3 - 21Q^2 - 360Q + 4250$. При каком значении объёма производства Q полные затраты будут минимальными? Найти минимальные затраты.

12. Вогнутость и выпуклость графика функции

а) Найти промежуток выпуклости графика функции $f(x) = xe^{-5x}$.

б) Найти промежуток вогнутости графика функции $\ln x$.