

მათემატიკა ეკონომიკასა და ბიზნესში 2

(მათემატიკა ეკონომისტებისათვის 2)

ფინალური გამოცდა

(40 ქულა = 16x2,5ქულა)

ზურაბ თედიაშვილი

2023-2024

თეორიული საკითხების ჩამონათვალი

ფუნქციის უწყვეტობა, ფუნქციის წყვეტა და წყვეტის წერტილების კლასიფიკაცია; ფუნქციის წარმოებული, წარმოებულის გამოთვლის წესები, ძირითადი წარმოებულების ცხრილი, რთული ფუნქციის წარმოებული, მარგინალური ფუნქციები; ფუნქციის ზრდადობისა და კლებადობის შუალედების დადგენა წარმოებულის გამოყენებით; ფუნქციის ექსტრემუმი, ექსტრემუმის დადგენის აუცილებელი და საკმარისი პირობები; ფუნქციის გრაფიკის ასიმპტოტები; მრავალი ცვლადის ფუნქცია; მრავალი ცვლადის ფუნქციის კერძო წარმოებულები; მოთხოვნის ფუნქციის კერძო ელასტიკურობები; ორი ცვლადის ფუნქციის ექსტრემუმი; პირველადი ფუნქცია და განუსაზღვრელი ინტეგრალი; განუსაზღვრელი ინტეგრალის ძირითადი თვისებები და ძირითადი ინტეგრალების ცხრილი; განუსაზღვრელი ინტეგრალის გამოთვლის წესები – უშუალო ინტეგრების წესი და ჩასმის წესი; განსაზღვრული ინტეგრალი და მისი ძირითადი თვისებები; ნიუტონ–ლაიბნიცის ფორმულა; განსაზღვრული ინტეგრალის გამოთვლის წესები – უშუალო ინტეგრების წესი და ჩასმის წესი; ბრტყელი ფიგურის ფართობის გამოთვლა განსაზღვრული ინტეგრალის გამოყენებით.

შენიშვნა: ყველა ღიადაბოლოებიანი საკითხის პასუხი სტუდენტმა უნდა ჩაწეროს კომპიუტერში ათწილადი რიცხვის სახით; საჭიროების შემთხვევაში რიცხვის დამრგვალება განახორციელეთ ტექსტში მითითებულ თანრიგამდე.

ნ ი მ უ შ ი

1. ფუნქციის უწყვეტობა

1.1. იპოვეთ a პარამეტრის რიცხვითი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 49}{x^2 + 7x}, & x \neq -7 \\ 4a - 11, & x = -7 \end{cases}$$

ფუნქცია არის უწყვეტი $x = -7$ წერტილში.

a) b) c) d)

2. მოთხოვნისა და მთლიანი ამონაგების ფუნქციები

2.1. მოთხოვნის ფუნქციაა $P = f_D(Q)$. ცნობილია, რომ ფასის 4%-ით გაზრდა იწვევს მოთხოვნის 3%-ით შემცირებას. როგორ შეიცვლება მთლიანი ამონაგები პროცენტულად ?

a) b) c) d)

2.2. მოთხოვნის ფუნქციაა $P = f_D(Q)$. ცნობილია, რომ ფასის 4%-ით შემცირება იწვევს მოთხოვნის 5%-ით გაზრდას. როგორ შეიცვლება მთლიანი ამონაგები პროცენტულად ?

a) b) c) d)

3. ფუნქციის წარმოებული

3.1. იპოვეთ $f(x) = (5x^2 + 2x - 1)e^x$ ფუნქციის წარმოებულის მნიშვნელობა $x = 0$ წერტილში.

a) b) c) d)

3.2. იპოვეთ $f(x) = (9^x + 3x - 6)\ln x$ ფუნქციის წარმოებულის მნიშვნელობა $x = 1$ წერტილში.

- a) b) c) d)

3.3. იპოვეთ $f(x) = \frac{2x - 3\ln x}{2x^2 - 1}$ ფუნქციის წარმოებულის მნიშვნელობა $x = 1$ წერტილში.

- a) b) c) d)

4. ფუნქციის ექსტრემუმი

4.1. $y = f(x)$ ფუნქციის წარმოებულია $f'(x) = (x + 5)^2(x - 4)$.

ამ ფუნქციის ლოკალური მაქსიმუმის წერტილია

- a) b) c) d)

4.2. $y = f(x)$ ფუნქციის წარმოებულია $f'(x) = (x - 5)^2(x + 7)$.

ამ ფუნქციის ლოკალური მინიმუმის წერტილია

- a) b) c) d)

5. ფუნქციის გრაფიკის ასიმპტოტები

5.1. იპოვეთ a პარამეტრის რიცხვითი მნიშვნელობა, თუ

$$f(x) = \frac{11x^2 - 15x}{9 - 2x}$$

ფუნქციის გრაფიკის დახრილი ასიმპტოტია $y = ax + \frac{69}{2}$ წრფე.

პასუხი:

6. ორი ცვლადის ფუნქცია

6.1 დაადგინეთ $f(x, y) = \ln(x - 10)^4(y + 11)^2$ ფუნქციის განსაზღვრის არე

- a) b) c) d)

6.2 დაადგინეთ $f(x, y) = \frac{5x}{4y^2 - 49x^2}$ ფუნქციის განსაზღვრის არე

- a) b) c) d)

7. ფუნქციის ზღვარი

7.1 გამოთვალეთ ფუნქციის ზღვარი

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ y \rightarrow 3}} \frac{\sqrt{15xy + 100}}{2x^2 + y^2} .$$

- a) b) c) d)

8. ფუნქციის კერძო წარმოებულები

8.1 იპოვეთ $f'_x(-2; 1)$, თუ $f(x, y) = (y^2 - 2)e^{4x^2 + 8x}$. პასუხი:

8.2 იპოვეთ $f'_y(-3; 2)$, თუ $f(x, y) = (3 - x^2) \ln(2 + y^2)$. პასუხი:

8.3 იპოვეთ $f'_y(-3; 1)$, თუ $f(x, y) = \frac{2x^2 - 16}{x + 4y}$. პასუხი:

8.4 იპოვეთ $f'_y(-3; 1)$, თუ $f(x, y) = \frac{4y^3 + 10}{3x - e^y}$. პასუხი:

9. ფუნქციის მეორე რიგის კერძო წარმოებულები

- 9.1. იპოვეთ $f''_{xx}(1;-1)$, თუ $f(x, y) = 45 \ln(2x^2 + y^2)$. პასუხი:
- 9.2. იპოვეთ $f''_{yy}(2;-1)$, თუ $f(x, y) = \ln(x^4 + 3xy)$. პასუხი:
- 9.3. იპოვეთ $f''_{yx}(4;-2)$, თუ $f(x, y) = \frac{5-4x}{9+3y-y^2}$. პასუხი:
- 9.4. იპოვეთ $f''_{xy}(-2;4)$, თუ $f(x, y) = \frac{3-24y}{10+3x-2x^2}$. პასუხი:

10. მოთხოვნის ფუნქციის კერძო ელასტიკურობები

- 10.1. მოცემულია მოთხოვნის ფუნქცია

$$Q = f(P, P_A, Y) = 3000 - 4P^2 + 10P_A - 0,01Y^2.$$

- გამოთვალეთ E_P , თუ $P = 15$, $P_A = 30$, $Y = 200$. პასუხი:
102. გამოთვალეთ E_{P_A} . პასუხი:
- 10.3. გამოთვალეთ E_Y . პასუხი:

11. მრავალი ცვლადის ფუნქციის ექსტრემუმი

- 11.1. ფირმა აწარმოებს ორი სახის საქონელს. პირველი საქონლის ერთეულის ფასია $P_1 = 200$, ხოლო მეორის – $P_2 = 250$. იპოვეთ მაქსიმალური მოგება, თუ მთლიანი დანახარჯია $(TC) = Q_1^2 + Q_1Q_2 + Q_2^2$. პასუხი:

- 11.2. ფირმა აწარმოებს ორი სახის პროდუქციას. თითოეულზე მოთხოვნის ფუნქციაა $P_1 = 120 - 2Q_1$ და $P_2 = 90 - Q_2$. იპოვეთ მაქსიმალური მოგება, თუ მთლიანი დანახარჯია $(TC) = 30 + 20(Q_1 + Q_2)$. პასუხი:

12. განუსაზღვრელი ინტეგრალი

- 12.1. იპოვეთ განუსაზღვრელი ინტეგრალი $\int (\frac{1}{2x} + e^{3x} + 6x^2) dx$
a) b) c) d)
- 12.2. იპოვეთ განუსაზღვრელი ინტეგრალი $\int (\frac{4}{\sqrt{x}} + 7^{\frac{x}{2}} - 11) dx$
a) b) c) d)
- 12.3. იპოვეთ განუსაზღვრელი ინტეგრალი $\int (\frac{2}{x^2} + e^{8x} + 1) dx$
a) b) c) d)
- 12.4. იპოვეთ განუსაზღვრელი ინტეგრალი $\int \frac{(2 - \sqrt{x})^2}{x} dx$
a) b) c) d)

13. განუსაზღვრელი ინტეგრალი

(ჩასმის წესი)

- 13.1. იპოვეთ განუსაზღვრელი ინტეგრალი $\int \sqrt{11-6x} dx$
a) b) c) d)

13.2. იპოვეთ განუსაზღვრელი ინტეგრალი $\int \frac{1}{\sqrt[3]{9+8x}} dx$

- a) b) c) d)

13.3. იპოვეთ განუსაზღვრელი ინტეგრალი $\int \frac{x}{\sqrt[5]{(1+3x^2)^2}} dx$

- a) b) c) d)

13.4. იპოვეთ განუსაზღვრელი ინტეგრალი $\int \frac{1}{(3x+1)^6} dx$

- a) b) c) d)

14. განსაზღვრული ინტეგრალი

14.1. გამოთვალეთ განსაზღვრული ინტეგრალი $\int_0^{1/4} (4x-1)^4 dx$. პასუხი:

14.2. გამოთვალეთ განსაზღვრული ინტეგრალი $\int_{-3}^0 6\sqrt{x+4} dx$. პასუხი:

14.3. გამოთვალეთ განსაზღვრული ინტეგრალი $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(8x+1)}}$. პასუხი:

14.4. გამოთვალეთ განსაზღვრული ინტეგრალი $\int_1^3 \frac{dx}{(2x-1)^3}$. პასუხი:

15. პირველადი ფუნქცია

15.1. იპოვეთ (TC) მთლიანი დანახარჯი, თუ მარგინალური დანახარჯია $(MC) = 6e^{0.3Q}$, ხოლო ფიქსირებული დანახარჯი 30 ერთეულია.

- a) b) c) d)
- 15.2. იპოვეთ (TR) მთლიანი ამონაგების ფუნქცია, თუ მარგინალური

$$\text{ამონაგების ფუნქციაა } (MR) = \frac{12}{\sqrt{Q+9}}.$$

- a) b) c) d)

16. განსაზღვრული ინტეგრალი

(ბრტყელი ფიგურის ფართობის გამოთვლა)

- 16.1. გამოთვალეთ ფართობი იმ ფიგურისა, რომელიც შემოსაზღვრულია შემდეგი წირებით: $y = 5x^2 + x$ და $y = -2x^2 + 8x$ (პასუხი დაამრგვალეთ მეათედამდე სიზუსტით).

პასუხი:

- 16.2. გამოთვალეთ ფართობი იმ ფიგურისა, რომელიც შემოსაზღვრულია შემდეგი წირებით: $y = 2x^2 + x$ და $y = x + 8$ (პასუხი დაამრგვალეთ მეათედამდე სიზუსტით).

პასუხი:

- 16.3. გამოთვალეთ ფართობი იმ ფიგურისა, რომელიც შემოსაზღვრულია შემდეგი წირებით: $y = 2x^2 - 6$ და $y = 2x - 6$ (პასუხი დაამრგვალეთ მეათედამდე სიზუსტით).

პასუხი: