

მათემატიკა ეკონომიკასა და ბიზნესში 2

(მათემატიკა ეკონომისტებისათვის 2)

შუალედური გამოცდა

(30 ქულა = 12x2,5ქულა)

ზ.თედიაშვილი

საკითხების ჩამონათვალი

ერთი ცვლადის ფუნქცია: ფუნქციის განსაზღვრის არე, ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე, ფუნქციის გრაფიკი, შექცეული ფუნქცია, რიცხვითი ფუნქციის მონოტონურობა, ლუწობა, კენტობა, შემოსაზღვრულობა; ძირითადი ელემენტარული ფუნქციები და მათი თვისებები; ამონაგების, დანახარჯისა და მოგების ფუნქციები; ფუნქციის ზღვარი წერტილში, ცალმხრივი ზღვრები; განუსაზღვრელობები, უსასრულოდ დიდი ფუნქცია, უსასრულოდ მცირე ფუნქცია; ფუნქციის უწყვეტობა, ფუნქციის წყვეტა და წყვეტის წერტილების კლასიფიკაცია; ფუნქციის წარმოებული, ფუნქციის გრაფიკის მხები; წარმოებულის გამოთვლის წესები, ძირითადი წარმოებულების ცხრილი, რთული ფუნქციის წარმოებული, მაღალი რიგის წარმოებულები, ფუნქციის დიფერენციალი; მარგინალური ფუნქციები; ფუნქციის ზრდადობისა და კლებადობის შუალედების დადგენა წარმოებულის გამოყენებით; მოთხოვნისა და მიწოდების ელასტიკურობა ფასის მიმართ; ფუნქციის ექსტრემუმი, ექსტრემუმის დადგენის აუცილებელი და საკმარისი პირობები; ფუნქციის გრაფიკის ამოზნექილობა და გადაღუნვის წერტილი.

ნ ი მ უ შ ი

(თითოეულ დავალებას აქვს ოთხი სავარაუდო პასუხი,
რომელთაგანაც მხოლოდ ერთია სწორი)

1. ერთი ცვლადის ფუნქცია

ა) იპოვეთ $y = \ln(5x + x^2)$ ფუნქციის განსაზღვრის არე.

ბ) იპოვეთ $y = \frac{8x + 1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$ ფუნქციის განსაზღვრის არე.

2. ერთი ცვლადის ფუნქცია

ა) იპოვეთ $y = 5x - 26$ ფუნქციის შექცეული ფუნქცია.

ბ) იპოვეთ $y = \frac{x^3 + 7}{8}$ ფუნქციის შექცეული ფუნქცია.

3. ამონაგების, დანახარჯისა და მოგების ფუნქციები

ა) მთლიანი ამონაგებისა და მთლიანი დანახარჯის ფუნქციებია

$$(TR) = -2Q^2 + 80Q, (TC) = 70 + 8Q. \text{ საწარმო მუშაობს ნულოვან ზღვარზე.}$$

იპოვეთ ამ რეჟიმის შესაბამისი საქონლის უდიდესი რაოდენობა.

ბ) მოთხოვნის ფუნქციაა $P = -Q + 50$, საშუალო დანახარჯის ფუნქციაა

$$(AC) = 6 + \frac{20}{Q}. \text{ საქონლის რა მინიმალური რაოდენობა იძლევა 64}$$

ერთეულის ტოლ მოგებას?

4. ფუნქციის ზღვარი

ა) გამოთვალეთ ზღვარი: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 7x + 3}{x^2 - 9}$.

5. ფუნქციის ზღვარი

ა) გამოთვალეთ ზღვარი: $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x + 20}{\sqrt{x + 21} - 4}$.

ბ) გამოთვალეთ ზღვარი: $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 7x} - \sqrt{9x^2 - x})$.

6. ფუნქციის უწყვეტობა, წყვეტა და წყვეტის წერტილები

ა) იპოვეთ $f(x) = \frac{x^3 - x}{(x+1)(x-7)}$ ფუნქციის წყვეტის წერტილები და დაადგინეთ მათი გვარი.

ბ) იპოვეთ a პარამეტრის რიცხვითი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც f ფუნქცია არის უწყვეტი $x_0 = -5$ წერტილში, თუ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x}{25 - x^2}, & x \neq -5 \\ 4a - 3, & x = -5 \end{cases}$$

7. ფუნქციის წარმოებული

ა) იპოვეთ $f(x) = 12^x x^8$ ფუნქციის წარმოებული.

ბ) იპოვეთ $f(x) = 4\sqrt{x} - 6 \ln x + 4\sqrt[3]{x}$ ფუნქციის წარმოებულის მნიშვნელობა $x = 1$ წერტილში.

8. რთული ფუნქციის წარმოებული

- ა) იპოვეთ $y = \ln(5x^2 + 6\sqrt{x})$ ფუნქციის წარმოებული.
- ბ) იპოვეთ $y = xe^{x^2+5x}$ ფუნქციის წარმოებული.

9. მარგინალური ფუნქციები

- ა) წარმოების საშუალო დანახარჯია $(AC) = 10Q + 5 + \frac{25}{Q}$. გამოთვალეთ მთლიანი დანახარჯის ცვლილების მიახლოებითი მნიშვნელობა მარგინალური დანახარჯის საშუალებით, თუ პროდუქციის რაოდენობა შემცირდა $Q_1 = 9$ -დან $Q_2 = 7$ -მდე (ან გაიზარდა $Q_1 = 7$ -დან $Q_2 = 9$ -მდე).
- ბ) საწარმოს მოთხოვნის ფუნქციაა $P = -4Q + 60$. მარგინალური ამონაგების საშუალებით გამოთვალეთ მთლიანი ამონაგების ცვლილება, თუ პროდუქციის რაოდენობა გაიზარდა $Q_1 = 10$ -დან $Q_2 = 14$ -მდე (ან შემცირდა $Q_1 = 14$ -დან $Q_2 = 10$ -მდე).

10. ელასტიკურობები

- ა) მოთხოვნის ფუნქციაა $P = -2Q^2 - 11Q + 990$. როგორია მოთხოვნის პროცენტული ცვლილება, თუ $Q = 16$ და ფასის პროცენტული ცვლილებაა 3,2%?

- ბ) მიწოდების ფუნქციაა $Q = 0,06P^2 + 2P + 3$. როგორია მიწოდების პროცენტული ცვლილება, თუ $P = 14$ და ფასის პროცენტული ცვლილებაა 2,5%?

11. ფუნქციის ექსტრემუმი

- ა) მთლიანი დანახარჯის ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე
 $(TC) = 2Q^3 - 21Q^2 - 360Q + 4250$, სადაც Q პროდუქციის მოცულობაა.
წარმოების რა მოცულობის დროს იქნება დანახარჯი მინიმალური (იპოვეთ წარმოების მინიმალური დანახარჯი).

12. ფუნქციის გრაფიკის ამოზნექილობა-ჩაზნექილობა

- ა) იპოვეთ $f(x) = xe^{-5x}$ ფუნქციის გრაფიკის ზემოთ ამოზნექილობის შუალედი.
- ბ) იპოვეთ $f(x) = (x - 2) \ln x$ ფუნქციის გრაფიკის ქვემოთ ამოზნექილობის შუალედი.