

Инженерная математика 3 (промежуточный).

Образец

1. Написать уравнение касательной к параметрически заданной кривой $x = t^4$, $y = 3t^2 - 2t$ в точке, соответствующей значению параметра $t = 1$.

2. Найти площадь области, которая ограничена кривой $r = \theta + 1$, $1 \leq \theta \leq 2$, и лучами $\theta = 1$ и $\theta = 2$ (r и θ полярные координаты).

3. Написать уравнение плоскости, которая проходит через точку $P(3; 4; -1)$ и перпендикулярна вектору $\vec{n} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

4. Даны вектора: $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ Найти:

а) скалярное произведение;

б) координаты векторного произведения;

в) угол между векторами;

г) площадь треугольника, построенного на этих векторах.

5. а) Найти скорость движения материальной точки для указанного значения t , если позиция материальной точки в любой момент времени t определяется вектором $\vec{r}(t)$:
 $\vec{r}(t) = 2\sin t \vec{i} + (1 + 3t)\vec{j} + (t^3 - 4t)\vec{k}$, $t = 0$.

б) Найти ускорение материальной точки для указанного значения t , если материальная точка движется с указанной скоростью $\vec{v}(t)$: $\vec{v}(t) = 2t \vec{i} + (4 - t^2)\vec{j} + (6t + 2t^2)\vec{k}$, $t = 1$.

6. Найти длину соответствующей дуги кривой, если её параметрическое уравнение $\vec{r}(t) = (3 + t)\vec{i} + 2t\vec{j} + (1 - 3t)\vec{k}$, $1 \leq t \leq 4$.

7. Найти площадь области определения функции: $f(x, y) = \ln(36 - x^2 - y^2) + \sqrt{x^2 + y^2 - 16}$.

8. Найти значение частной производной $\partial f / \partial x$ в точке $(-1; 1)$, если $f(x, y) = 4x^3 + 8xy^2 + y - 12$.

9. Если $f(x, y) = x^2 \ln y + e^{2x} y$, то а) $\partial f / \partial x = \dots$; б) $\partial f / \partial y = \dots$.

10. Если $f(x, y) = 5x^2 + 6x^3 y + y^3 - 10$, то: а) $\partial^2 f / \partial x^2 = \dots$; б) $\partial^2 f / \partial y^2 = \dots$;
в) $\partial^2 f / \partial x \partial y = \dots$.

11. Найти $\text{grad } f(1; -2)$, если $f(x, y) = x^5 y^2 + x + 2y^2$.

12. а) Найти точку локального минимума функции $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + y^2 + 4y$

б) Найти точку локального максимума функции $f(x, y) = x^3 - 6x^2 - 8y^2$