

## МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ 2

(финал) – образец

40 баллов (16 x 2,5)

### 1. Непрерывность функции, точки разрыва

1.1. Дана функция  $f(x) = \frac{\sqrt{5x-x}}{x-5}$ . Что истинно :

- a) точка  $x_0 = 5$  есть устранимая точка разрыва ( I рода) функции  $f$  ;
- b) точка  $x_0 = 5$  есть точка разрыва I рода, в которой функции  $f$  имеет скачок;
- c) точка  $x_0 = 5$  есть точка разрыва II рода функции  $f$  ;
- d) в точке  $x_0 = 5$  функция  $f$  непрерывна ?

1.2. Найти точки разрыва II рода функции  $f(x) = \frac{x^3 - x}{(x+1)(x-7)}$ .

- a)  $x \in \emptyset$
- b)  $x = 7$
- c)  $x = -1$  и  $x = 7$
- d)  $x = -1$

1.3. Сколько точек разрыва имеет функция  $f(x) = \begin{cases} \frac{16}{x+6} - 3^x, & x \leq 2 \\ 3e^{x-2} - \frac{20}{x}, & x > 2 \end{cases}$  ?

- a) 0
- b) 3
- c) 1
- d) 2

1.4. Функция  $f$  такова, что  $f(x_0-) = -8$  и  $f(x_0+) = 8$  . Тогда:

- a) точка  $x_0$  есть устранимая точка разрыва I рода функции  $f$  ;
- b) точка  $x_0$  есть точка разрыва I рода, в которой функции  $f$  имеет скачок;
- c) функция  $f$  непрерывна в точке  $x_0$  ;
- d) точка  $x_0$  есть точка разрыва II рода функции  $f$  .

1.5. Найти значение параметра  $a$ , при котором функция  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5x, & x \neq -5 \\ 4a - 3, & x = -5 \end{cases}$  является непрерывной в точке  $x_0 = -5$ .

- a) 5/8                      b) 1/8                      c) 5/6                      d) 7/6

## 2. Функция спроса и функция полного дохода

2.1-2.2.  $P = f_D(Q)$  есть функция спроса. Известно, что увеличение цены на 1,5 % вызывает уменьшение спроса на 2%. Найти изменение полного дохода в процентах.

- a) возрастёт на 0,54%                      b) уменьшится на 0,53%  
c) уменьшится на 0,63%.                      d) возрастёт на 0,62%

2.3.-2.5.  $P = f_D(Q)$  есть функция спроса. Известно, что уменьшение цены на 4% вызывает увеличение спроса на 5%. Найти изменение полного дохода в процентах.

- a) возрастёт на 0,8%                      b) уменьшится на 0,72%  
c) уменьшится на 1,2%.                      d) возрастёт на 0,7%

## 3. Производная функции

3.1. Найти значение производной функции  $f(x) = (5x^2 + 2x - 1)e^x$  в точке  $x=0$ .

- a) 3                      b) 1                      c) -4                      d) -2

3.2. Найти значение производной функции  $f(x) = (9^x + 3x - 6)\ln x$  в точке  $x=1$ .

- a) 10                      b) 9                      c) 6                      d) 7

3.3. Найти значение производной функции  $f(x) = \frac{3x-1}{x^2+5x+5}$  в точке  $x=-1$ .

- a) -14                      b) 12                      c) 5                      d) 15

3.4. Найти значение производной функции  $f(x) = \frac{2x-3\ln x}{2x^2-1}$  в точке  $x=1$ .

- a) -9                      b) -6                      c) -4                      d) -8

3.5. Найти значение производной функции  $f(x) = \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^9}} - 8$  в точке  $x=16$ .

- a) 1/6                      b) 5/6                      c) 3/8                      d) 2/3

#### 4. Экстремумы функции

4.1. Найти экстремум функции  $f(x) = e^{x^2-8x}$ .

- a)  $f_{\min} = f(4) = e^{-16}$                       b)  $f_{\max} = f(4) = e^{-16}$   
c)  $f_{\min} = f(1) = e^{-7}$                       d)  $f_{\max} = f(0) = 1$

4.2. Найти экстремум функции  $f(x) = \ln x - 2x^2$ .

- a) экстремумов нет                      b)  $f_{\max} = f(1/2) = -\ln 2 - 1/2$   
c)  $f_{\min} = f(2) = \ln 2 - 8$                       d)  $f_{\min} = f(1) = -2$

4.3. Найти экстремум функции  $f(x) = 4x^3 + 3x$ .

- a)  $f_{\min} = f(-1) = -7$                       b)  $f_{\max} = f(1) = 7$   
c) экстремумов нет                      d)  $f_{\min} = f(1) = 7$

4.4. Дана функция расходов  $(TC) = 2Q^3 - 21Q^2 + 36Q + 425$ , где  $Q$  - объём продукции. При каком объёме производства расходы будут минимальными?

- a) 8                      b) 1                      c) 4                      d) 6

4.5. Дана функция расходов  $(TC) = 2Q^3 - 21Q^2 + 36Q + 425$ , где  $Q$  - объём продукции. Найти минимальные расходы производства.

- a) 317                      b) 326                      c) 348                      d) 305

#### 5. Наибольшее и наименьшее значение функции на сегменте

5.1.-5.3. Найти наибольшее значение функции  $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$  на сегменте  $[0; 3]$ .

Ответ: 17

5.4.-5.5. Найти наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$  на сегменте  $[-1; 2]$ .

Ответ: -11

## 6. Асимптоты графика функции

6.1. Найти абсциссу точки пересечения наклонной асимптоты графика функции

$$f(x) = \frac{5x^2 - 2x}{x + 4} \text{ с осью } OX.$$

Ответ: 4,4

6.2. Найти ординату точки пересечения наклонной асимптоты графика функции

$$f(x) = \frac{5x^2 - 2x}{x + 4} \text{ с осью } OY.$$

Ответ: -22

6.3. Найти ординату точки пересечения асимптот графика функции  $f(x) = \frac{5x^2 - 2x}{x + 4}$

Ответ: -42

6.4. Найти угловой коэффициент  $k$  наклонной асимптоты  $y = kx + b$  графика

функции  $f(x) = \sqrt{4x^2 + 24x} - 6x$  при  $x \rightarrow +\infty$ .

Ответ: -4

6.5. Найти параметр  $b$  наклонной асимптоты  $y = kx + b$  графика функции

$f(x) = \sqrt{4x^2 + 24x} - 6x$  при  $x \rightarrow +\infty$ .

Ответ: 6

## 7. Частные производные функции

7.1. Найти  $f'_x(-2;1)$ , если  $f(x, y) = (y^2 - 2)e^{4x^2 + 7x - 2}$

Ответ: 9

7.2. Найти  $f'_y(-3;2)$ , если  $f(x,y)=(3-x^2)\ln(2+y^2)$

Ответ: -4

7.3. Найти  $f'_y(-3;1)$ , если  $f(x,y)=\frac{2x^2-16}{x+4y}$

Ответ: -8

7.4. Найти  $f'_x(1;0)$ , если  $f(x,y)=\frac{2y^3+10}{3x-e^y}$

Ответ: -7.5

7.5. Найти  $f'_y(1;-1)$ , если  $f(x,y)=24\sqrt{3x^4y^2+y^2+12}$

Ответ: -24

## 8. Частные производные второго порядка

8.1. Найти  $f''_{xx}(1;-1)$ , если  $f(x,y)=45\ln(2x^2+y^2)$

Ответ: -20

8.2. Найти  $f''_{yy}(2;-1)$ , если  $f(x,y)=\ln(x^4+3xy)$

Ответ: -0.36

8.3-8.4. Найти  $f''_{yx}(4;-2)$ , если  $f(x,y)=\frac{5-4x}{9+3y-y^2}$

Ответ: 28

8.5. Найти  $f''_{xy}(-2;4)$ , если  $f(x,y)=\frac{3-24y}{10+3x-2x^2}$

Ответ: 16.5

## 9. Частные эластичности функции спроса

9.1-9.2. Дана функция спроса  $Q = f(P, P_A, Y) = 3000 - 4P^2 + 10P_A - 0,01Y^2$ . Найти  $E_P$ , если  $P = 15, P_A = 30, Y = 200$ .

Ответ: 0,9

9.3. Дана функция спроса  $Q = f(P, P_A, Y) = 3000 - 4P^2 + 10P_A - 0,01Y^2$ . Найти  $E_Y$ , если  $P = 15, P_A = 30, Y = 200$ .

Ответ: 0,4

9.4-9.5. Дана функция спроса  $Q = f(P, P_A, Y) = 2400 - 20P + 4P_A^2 - 0,01Y^2$ . Найти  $E_{P_A}$ , если  $P = 25, P_A = 15, Y = 200$ .

Ответ: 0,75

## 10. Экстремумы функции многих переменных

10.1.-10.3. Фирма производит два вида продукции. Цена единицы продукции первого вида равна  $P_1 = 200$ , а второго -  $P_2 = 250$ . Найти максимальную прибыль, если полные затраты задаются функцией  $(TC) = Q_1^2 + Q_1Q_2 + Q_2^2$ .

Ответ: 17500

10.4-10.5. Фирма производит два вида продукции.  $P_1 = 120 - 2Q_1$  и  $P_2 = 90 - Q_2$  соответствующие функции спроса для этих продуктов. Найти максимальную прибыль, если полные затраты производства задаются функцией  $(TC) = 30 + 20(Q_1 + Q_2)$ .

Ответ: 2445

## 11. Неопределённые интегралы

11.1. Найти неопределённый интеграл  $\int (\frac{1}{2x} + e^{3x} + 6x^2) dx$ .

a)  $\frac{1}{2} \ln|x| + \frac{1}{3} e^{3x} + 2x^3 + C$

b)  $2 \ln|x| + \frac{1}{3} e^{3x} + 2x^3 + C$

c)  $\frac{1}{2} \ln|x| + \frac{1}{3} e^{3x} + x^3 + C$

d)  $\frac{1}{2} \ln|x| + 3e^{3x} + 2x^3 + C$

11.2. Найти неопределённый интеграл  $\int (\frac{4}{\sqrt{x}} + 7^{\frac{x}{2}} - 11) dx$

a)  $8\sqrt{x} + 2 \cdot 7^{\frac{x}{2}} \ln 7 - 11x + C$

b)  $8\sqrt{x} + \frac{2}{\ln 7} \cdot 7^{\frac{x}{2}} - 11x + C$

c)  $2\sqrt{x} + \frac{2}{\ln 7} \cdot 7^{\frac{x}{2}} - 11x + C$

d)  $8\sqrt{x} + 2 \ln 7 \cdot 7^{\frac{x}{2}} - 11x + C$

11.3. Найти неопределённый интеграл  $\int (\frac{2}{x^2} + e^{8x} + 1) dx$

a)  $-\frac{2}{x} + 8e^{8x} + x + C$

b)  $-\frac{4}{x} + 8e^{8x} + x + C$

c)  $-\frac{2}{x} + \frac{1}{8} e^{8x} + x + C$

d)  $-\frac{4}{x} + \frac{1}{8} e^{8x} + x + C$

11.4. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{(2 - \sqrt{x})^2}{x} dx$

a)  $\ln|x| + 8\sqrt{x} + x + C$

b)  $4 \ln|x| - 2\sqrt{x} + x + C$

c)  $2 \ln|x| - 4\sqrt{x} + 2x + C$

d)  $4 \ln|x| - 8\sqrt{x} + x + C$

11.5. Найти неопределённый интеграл  $\int (\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x})^2 dx$

a)  $\frac{1}{x} - 2x + \frac{x^2}{2} + C$

b)  $\ln x + 2x + \frac{x^2}{4} + C$

c)  $\ln x - 2x + \frac{x^2}{2} + C$

d)  $2 \ln x + 2x + \frac{x^2}{2} + C$

## 12. Неопределённый интеграл (метод подстановки)

12.1. Найти неопределённый интеграл  $\int \sqrt{11-6x} dx$

- a)  $\frac{1}{6}\sqrt{(11-6x)^3} + C$                       b)  $-\frac{2}{3}\sqrt{(11-6x)^3} + C$   
c)  $\frac{1}{9}\sqrt{(11-6x)^3} + C$                       d)  $-\frac{1}{9}\sqrt{(11-6x)^3} + C$

12.2. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{9+8x}} dx$

- a)  $-\frac{3}{8}\sqrt[3]{(9+8x)^2} + C$                       b)  $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{(9+8x)} + C$   
c)  $\frac{3}{16}\sqrt[3]{(9+8x)^2} + C$                       d)  $\frac{3}{8}\sqrt[3]{(9+8x)^2} + C$

12.3. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{x}{\sqrt[5]{1+3x^2}} dx$

- a)  $\frac{5}{24}\sqrt[5]{(1+3x^2)^4} + C$                       b)  $\frac{5}{9}\sqrt[5]{(1+3x^2)^3} + C$   
c)  $-\frac{5}{12}\sqrt[5]{(1+3x^2)^3} + C$                       d)  $\frac{5}{9}\sqrt[5]{(1+3x^2)^4} + C$

12.4. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{1}{12x+5} dx$

- a)  $\frac{1}{5}\ln|12x+5| + C$                       b)  $\frac{1}{12}\ln|12x+5| + C$   
c)  $\frac{1}{5}(12x+5)^{-2} + C$                       d)  $\frac{1}{12}(12x+5)^{-2} + C$

12.5. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{1}{(3x+1)^6} dx$

- a)  $-\frac{1}{21}(3x+1)^{-7} + C$                       b)  $\frac{1}{18}(3x+1)^{-5} + C$   
c)  $-\frac{1}{15}(3x+1)^{-5} + C$                       d)  $-\frac{1}{15}(3x+1)^{-7} + C$



### 13. Неопределённый интеграл (интегрирование по частям)

13.1. Найти неопределённый интеграл  $\int x 3^x dx$

a)  $\frac{x^2}{2} \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln^2 3} + C$

b)  $x \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln^2 3} + C$

c)  $x \frac{3^x}{\ln^2 3} - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

d)  $\frac{x^2}{2} \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

13.2. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{1}{x^3} \ln x dx$

a)  $-\frac{1}{4x^2} \ln x + \frac{1}{2x^2} + C$

b)  $-\frac{1}{3x^2} \ln x + \frac{1}{2x^2} + C$

c)  $-\frac{1}{2x^2} \ln x - \frac{1}{4x^2} + C$

d)  $-\frac{1}{2x^2} \ln x + \frac{1}{4x^2} + C$

13.3. Найти неопределённый интеграл  $\int x e^{3x} dx$

a)  $\frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{6} e^{3x} + C$

b)  $3x e^{3x} - 9e^{3x} + C$

c)  $\frac{x^2}{6} e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$

d)  $\frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$

13.4. Найти неопределённый интеграл  $\int \log_8 x dx$

a)  $x \log_8 x - \frac{x}{\ln 8} + C$

b)  $x \log_8 x - x \ln 8 + C$

c)  $-x \log_8 x + \frac{x}{\ln 8} + C$

d)  $-x \log_8 x - x \ln 8 + C$

13.5. Найти неопределённый интеграл  $\int \sqrt{x} \ln x dx$

a)  $\frac{2}{3} \sqrt{x} \ln x - \frac{4}{9} \sqrt{x^3} + C$

b)  $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} \ln x - \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + C$

c)  $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} \ln x - \frac{4}{9} \sqrt{x^3} + C$

d)  $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} \ln x - \frac{2}{9} \sqrt{x} + C$

## 14. Определённые интегралы

14.1. Вычислить определённый интеграл  $\int_0^{1/4} (4x-1)^4 dx$

Ответ: 0.05

14.2. Вычислить определённый интеграл  $\int_e^{e^2} \frac{10dx}{x \ln^3 x}$

Ответ: 3.75

14.3. Вычислить определённый интеграл  $\int_{-3}^0 6\sqrt{x+4} dx$

Ответ: 28

14.4. Вычислить определённый интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(8x+1)}}$

Ответ: 0,5

14.5. Вычислить определённый интеграл  $\int_1^3 \frac{dx}{(2x-1)^3}$

Ответ: 0,24

## 15. Первообразная функция

15.1. Маржинальные затраты производства задаются функцией

$(MC) = 0.6Q^2 + 4,6Q + 14$ , а фиксированные равны 200 \$. Найти полные затраты, соответствующие производству первых 20 единиц продукции.

- a) 3000      b) 3240      c) 3160      d) 2860

15.2. Маржинальные затраты производства задаются функцией

$(MC) = 0.3Q^2 + 8Q + 20$ . Найти полные затраты, соответствующие производству первых 10 единиц продукции, если на производство первой единицы продукции расходуется 224,1 \$.

- a) 880      b) 900      c) 930      d) 870

15.3. Найти полные затраты ( $TC$ ), если маржинальные затраты задаются функцией  $(MC) = 6e^{0.3Q}$ , а фиксированные затраты равны 30 \$.

- a)  $(TC) = 10e^{0.3Q} + 20$       b)  $(TC) = 5e^{0.3Q} + 25$   
c)  $(TC) = 20e^{0.3Q} + 10$       d)  $(TC) = 15e^{0.3Q} + 15$

15.4. Найти функцию полного дохода ( $TR$ ), если маржинальная функция дохода  $(MR) = \frac{12}{\sqrt{Q+9}}$ .

- a)  $(TR) = 6(\sqrt{Q+9} - 2)$       b)  $(TR) = 24(\sqrt{Q+9} - 3)$   
c)  $(TR) = 12(\sqrt{Q+9} - 1)$       d)  $(TR) = 18(\sqrt{Q+9} - 2)$

15.5. Найти функцию спроса  $P = f_D(Q)$ , если маржинальная функция дохода  $(MR) = \frac{12}{\sqrt{Q+9}}$ .

- a)  $P = \frac{24(\sqrt{Q+9} - 3)}{Q}$       b)  $P = \frac{12\sqrt{Q+9} - 36}{Q}$   
c)  $P = \frac{12}{\sqrt{Q+9} + 6}$       d)  $P = \frac{24(\sqrt{Q+9} - 72)}{Q}$

## 16. Определённый интеграл (вычисление площади плоской фигуры)

16.1.-16.2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = 5x^2 + x$  и  $y = -2x^2 + 8x$  (ответ округлить с точностью до десятых и записать в виде десятичной дроби).

Ответ: 1.2

16.3. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = x^2 - 4x$  и  $y = 2x$  (ответ округлить с точностью до десятых и записать в виде десятичной дроби).

Ответ: 36

16.4. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = 2x^2 + x$  и  $y = x + 8$  (ответ округлить с точностью до десятых и записать в виде десятичной дроби).

Ответ: 21.3

16.5. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = 2x^2 - 6$  и  $y = 2x - 6$  (ответ округлить с точностью до десятых и записать в виде десятичной дроби).

Ответ: 0.3