

# Инженерная математика 3

## (Образец промежуточных экзаменов)

1. Написать уравнение касательной к параметрически заданной кривой  $x = t^4$ ,  $y = 3t^2 - 2t$  в точке, соответствующей значению параметра  $t = 1$ .

2. Найти площадь области, которая ограничена кривой  $r = \theta + 1$ ,  $1 \leq \theta \leq 2$ , и лучами  $\theta = 1$  и  $\theta = 2$  ( $r$  и  $\theta$  полярные координаты).

3. Написать уравнение плоскости, которая проходит через точку  $P(3; 4; -1)$  и перпендикулярна вектору  $\vec{n} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

4. Даны вектора:  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ . Найти:

а) скалярное произведение;

б) координаты векторного произведения;

в) угол между векторами;

г) площадь треугольника, построенного на этих векторах.

5. а) Найти скорость движения материальной точки для указанного значения  $t$ , если позиция материальной точки в любой момент времени  $t$  определяется вектором  $\vec{r}(t)$ :

$$\vec{r}(t) = 2\sin t \vec{i} + (1 + 3t)\vec{j} + (t^3 - 4t)\vec{k}, \quad t = 0.$$

б) Найти ускорение материальной точки для указанного значения  $t$ , если материальная точка движется с указанной скоростью  $\vec{v}(t)$ :  $\vec{v}(t) = 2t \vec{i} + (4 - t^2)\vec{j} + (6t + 2t^2)\vec{k}$ ,  $t = 1$ .

6. Найти длину соответствующей дуги кривой, если её параметрическое уравнение

$$\vec{r}(t) = (3 + t)\vec{i} + 2t\vec{j} + (1 - 3t)\vec{k}, \quad 1 \leq t \leq 4.$$

7. Найти площадь области определения функции:  $f(x, y) = \ln(36 - x^2 - y^2) + \sqrt{x^2 + y^2 - 16}$ .

8. Найти значение частной производной  $\frac{\partial f}{\partial x}$  в точке  $(-1; 1)$ , если

$$f(x, y) = 4x^3 + 8xy^2 + y - 12.$$

9. Если  $f(x, y) = x^2 \ln y + e^{2x} y$ , то а)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \dots$ ; б)  $\frac{\partial f}{\partial y} = \dots$

10. Если  $f(x, y) = 5x^2 + 6x^3 y + y^3 - 10$ , то: а)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \dots$ ; б)  $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \dots$ ;

в)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \dots$

11. Найти  $\text{grad } f(1; -2)$ , если  $f(x, y) = x^5 y^2 + x + 2y^2$ .

12. а) Найти точку локального минимума функции  $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + y^2 + 4y$

б) Найти точку локального максимума функции  $f(x, y) = x^3 - 6x^2 - 8y^2$