

მათემატიკა ეკონომიკასა და ბიზნესში 1

(მათემატიკა ეკონომისტებისათვის 1)

შუალედური გამოცდა

(30 ქულა)

(30 ქულა = 6×2 ქულა + 6×3 ქულა, სულ 12 საკითხი)

თეორიული საკითხების ჩამონათვალი

სიმრავლეები, მოქმედებები სიმრავლეებზე; ნამდვილი რიცხვები, პროცენტები, რიცხვითი უტოლობები და რიცხვითი შუალედები; ნამდვილი რიცხვის აბსოლუტური სიდიდე; წერტილის კოორდინატები ღერძზე, სიბრტყესა და სივრცეში; წრფივი განტოლება და წრფივი უტოლობა, წრფის ძირითადი სახის განტოლებები სიბრტყეზე; ორუცნობიან წრფივ განტოლებათა სისტემები; წრფივი ფუნქციების გამოყენება ეკონომიკურ ამოცანებში; მოთხოვნისა და მიწოდების წრფივი ფუნქციები, წონასწორობის ფასი და წონასწორობის სიდიდე; კომბინატორიკის ელემენტები; ხარისხები და ლოგარითმები; პარამეტრის შემცველი წრფივი განტოლებები, წრფივი უტოლობები, წრფივი სისტემები, წრფივი ფუნქციები, მატრიცები, მატრიცების ტოლობა, მარტივათა შეკრება-გამოკლება; მატრიცის რიცხვზე ნამრავლი; მატრიცათა ნამრავლი; ტრანსპონირებული მატრიცა. მეორე და მესამე რიგის დეტერმინანტები, დეტერმინანტის თვისებები; მინორი, ალგებრული დამატება, მიკავშირებული და ტრანსპონირებული მატრიცები; გადაგვარებული მატრიცა, შებრუნებული მატრიცა; შებრუნებული მატრიცის არსებობის პირობა; წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები და მათი ამოხსნა კრამერის წესით ან მატრიცულად.

ნ ი მ უ შ ი

1. სიმრავლეები, პროცენტები (2 ქულა)

ა) მოცემულია $A = \{-5; -1; 3; 4; 8\}$, $B = \{-1; 4; 8; 20\}$ და $C = \{-5; -1; 6; 9; 15\}$

სიმრავლეები. იპოვეთ $A \cap (B \setminus C)$ სიმრავლეში შემავალი ელემენტების
ჯამი.

a) 12

b) 10

c) 7

d) 1

ბ) ჩაწერეთ $\left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{5} \leq 5^x < 125\right\}$ სიმრავლე მისი ელემენტების ჩამოთვლით,

თუ \mathbb{Z} არის მთელ რიცხვთა სიმრავლე.

a) $\{-1; 0; 1; 2; 3\}$

b) $\{-1; 0; 1\}$

ც) $\{-1; 0; 1; 2\}$

d) $\{-2; -1; 0\}$

გ) ტომატის დამზადებისას იკარგება ნედლეულის 20%. რამდენი
ტონა პომიდორისაგან მიიღება 12 ტ ტომატი?

a) 9

b) 15

c) 7,5

d) 8,5

დ) a რიცხვის 60%-ით შემცირებით მიიღება b რიცხვი. იპოვეთ $\frac{4b}{a}$.

a) 2,6

b) 2,4

c) 1,4

d) 1,6

2. სიმრავლეები, პროცენტები (3 ქულა)

ა) ვთქვათ, უნივერსალური U სიმრავლის რაიმე ქვესიმრავლეებია A და B . ამასთან, $n(U)=411$, $n(A)=243$, $n(B)=175$, $n(\overline{A \cup B})=84$. იპოვეთ $n(A \setminus B)$.

a) 152

b) 148

c) 146

d) 154

ბ) თუ A და B რაიმე სიმრავლეებია, მაშინ

a) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

c) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

d) $\overline{A \setminus B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

გ) იპოვეთ $A \setminus B$ სიმრავლეში შემავალი უმცირესი მთელი რიცხვი, თუ

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 16 < 0\} \text{ და } B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x + 6 \leq 0\} \text{ (R ნამდვილ რიცხვთა$$

სიმრავლეა).

a) -3

b) -2

c) -1

d) -4

დ) საწვავი გაძვირდა ორჯერ - პირველად 12%-ით, მეორედ 15%-ით. რამდენი პროცენტით უნდა შემცირდეს მისი ღირებულება, რომ ფასი გაუტოლდეს თავდაპირველ ნიშნულს?

a) 27,4

b) 27

c) 22,4

d) 22

ე) აქციის ფასი შემცირდა ორჯერ ორი თვის მანძილზე. პირველ თვეში კლებამ შეადგინა 15%. რამდენი პროცენტით შემცირდა აქციის ფასი მეორე თვეში, თუ ამ ორი თვის განმავლობაში მთლიანი კლება შეადგენს 23,5%-ს?

a) 12

b) 10

c) 8

d) 14

3. წრფე სიბრტყეზე, მოთხოვნა-მიწოდება (2 ქულა)

ა) იპოვეთ $9x - 4y + 72 = 0$ წრფის Ox ღერძთან გადაკვეთის წერტილი.

- a) $(-8; 0)$ b) $(0; 18)$ c) $(8; 0)$ d) $(0; -18)$

ბ) წრფე გადის $M(-5; 11)$ წერტილსა და საკოორდინატო სისტემის სათავეზე

ამ წრფის საკუთხო კოეფიციენტია

- a) $-5/11$ b) $-11/5$ c) $11/5$ d) $5/4$

გ) წრფე გადის $(4; -1)$ და $(7; -1)$ წერტილებზე. ამ წრფის განტოლებაა

- a) $y=4$ b) $x=-1$ c) $y=-1$ d) $x=7$

დ) მოთხოვნის ფუნქციაა (არაცხადი სახის) $2P+3Q=480$. რა საზღვრებში იცვლება ფასი?

- a) $(0;180)$ b) $(0;240)$ c) $(0;210)$ d) $(240;10)$

4. წრფე სიბრტყეზე, მოთხოვნა-მიწოდება (3 ქულა)

ა) წრფე გადის $(8; 15)$ წერტილზე და ორდინატთა ღერძზე ჩამოჭრის

$b = 3$ სიდიდის მონაკვეთს. რა სიდიდის მონაკვეთს ჩამოჭრის ეს

წრფე აბსცისათა ღერძზე.

- a) 4 b) -3 c) -6 d) -2

ბ) x და y ცვლადებს შორის წრფივი დამოკიდებულება მოცემულია არაცხადი სახით $3x + ay - 12 = 0$. იპოვეთ a , თუ ცნობილია, რომ x ცვლადის გაზრდა 6 ერთეულით იწვევს y ცვლადის შემცირებას 4 ერთეულით.

- a) -4,5 b) 5,4 c) 4,5 d) 3,5

გ) L წრფე გადის $(5; -4)$ წერტილზე $4x - 5y + 11 = 0$ წრფის

პარალელურად. რა სიდიდის მონაკვეთს ჩამოჭრის L წრფე

აბსცისათა ღერძზე?

- a) -8 b) 10 c) 8 d) -10

დ) მიწოდების ფუნქციაა $P = g_s(Q) = cQ + d$. ამ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეა $(80; +\infty)$. იპოვეთ c პარამეტრის მნიშვნელობა, თუ $(12; 95)$ წერტილი ეკუთვნის მიწოდების L_s წირს.

- a) 7/4 b) 5/8 c) 5/4 d) -3/5

ე) ცნობილია, რომ თუ ფასი 250 ერთეულია, მაშინ მიწოდება 50 ერთეულია. ფასის 30 ერთეულით გაზრდა იწვევს მიწოდების 10 ერთეულით გაზრდას. იპოვეთ ფასი, როცა მიწოდება 120 ერთეულია, თუ მიწოდების ფუნქცია წრფივია.

- a) 410 b) 420 c) 460 d) 390

5. კომბინატორიკა, მატრიცები, წრფივი მოქმედებები მატრიცებზე
(2 ქულა)

ა) იპოვეთ x , თუ $|x-10| = C_7^3 - P_4$

- a) $\{-1; 7\}$ b) $\{1; -21\}$ c) $\{-1; 21\}$ d) $\{7; 1\}$

ბ) გამოთვალეთ $C = 2A - B$ მატრიცაში c_{12} ელემენტი, თუ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{და} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

- a) -5 b) 2 c) -3 d) 8

გ) გამოთვალეთ $a - b$, თუ $\begin{bmatrix} a-4 & 7 & -1 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 7 & -1 \\ 0 & b-8 & 5 \end{bmatrix}$.

- a) 4 b) -4 c) -6 d) 6

დ) გამოთვალეთ $a + b$, თუ $A = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 8 \\ -3 & -5 & b \\ 2a & 7 & 6 \end{bmatrix}$ და $A = A^T$.

- a) 9 b) 11 c) 8 d) -9

7. მატრიცების ნამრავლი, დეტერმინანტი, ალგებრული დამატება,
 მინორი, შებრუნებული მატრიცა
 (2 ქულა)

ა) იპოვეთ $C = AB$ მატრიცის c_{21} ელემენტი, თუ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 5 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{და} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}.$$

- a) 3 b) 9 c) 1 d) 19

ბ) ვთქვათ, A არის მეორე რიგის კვადრატული მატრიცა და $\det A = -10$. მაშინ

- a) $\det A + \det A^T = 0$ b) $\det A + \det A^T = -20$
 c) $\det A \det A^T = 10$ d) $\det A - \det A^T = -10$

გ) თუ $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ და $B = \begin{pmatrix} a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ -3a_{23} & -3a_{22} & -3a_{21} \\ a_{33} & a_{32} & a_{31} \end{pmatrix}$, მაშინ

- a) $\det B = 3 \det A$ b) $\det A = 3 \det B$
 c) $\det B = -3 \det A$ d) $\det A = -3 \det B$

დ) იპოვეთ A_{32} ($\mathcal{A} M_{21}$), თუ $A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & 7 & 1 \end{bmatrix}$.

- a) -9 b) 9 c) -2 d) 2

ე) თუ არაგადაგვარებული B მატრიცის მიკავშირებული მარტიცაა B^\bullet
 და შებრუნებული მატრიცაა B^{-1} , მაშინ

- a) $B^{-1} B^\bullet = \det B$ b) $\frac{B^{-1}}{B^\bullet} = \det B$
 c) $\frac{B^{-1}}{\det B} = B^\bullet$ d) $B^{-1} \det B = B^\bullet$

8. მატრიცების ნამრავლი, შებრუნებული მატრიცა

(3 ქულა)

ა) იპოვეთ ჯამი C მატრიცის იმ c_{ij} ელემენტებისა, რომელთათვისაც $i \neq j$,

თუ $C = AB$ და $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 8 \\ 0 & 5 & 1 \end{bmatrix}$.

a) 7

b) 8

c) 6

d) 14

ბ) იპოვეთ X მატრიცა $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ მატრიცული განტოლებიდან

(ან $X \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ განტოლებიდან)

a) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

გ) ვთქვათ, A, B, C და X მესამე რიგის კვადრატული მატრიცებია. თუ A და B

არაგადაგვარებული მატრიცებია, მაშინ $AXB = C$ განტოლებიდან

a) $X = CA^{-1}B^{-1}$

b) $X = A^{-1}CB^{-1}$

c) $X = B^{-1}CA^{-1}$

d) $X = B^{-1}A^{-1}C$

დ) იპოვეთ $10A^{-1} - A^T$, თუ $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

a) $\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 12 & -5 \\ 6 & -9 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

9. დეტერმინანტის შემცველი განტოლებები, უტოლობები,
 მოთხოვნა-მიწოდების წონასწორობა
 (2 ქულა)

ა) ამოხსენით განტოლება $\begin{vmatrix} \lg x + 7 & 2 \\ \lg x & -1 \end{vmatrix} = -1$

- a) 10 b) -0,1 c) 0,1 d) 0,01

ბ) ამოხსენით უტოლობა $\begin{vmatrix} 2x - 1 & -3 \\ x + 4 & 5 \end{vmatrix} > 6x - 7$

- a) $x \in [7; +\infty)$ b) $x \in \emptyset$ ვ) $x \in (-2; +\infty)$ d) $x \in (-\infty; +\infty)$

გ) წონასწორობის სიდიდეა 10 ერთეული. იპოვეთ d პარამეტრის

მნიშვნელობა, თუ მოთხოვნის ფუნქციაა $P = f_D(Q) = -8Q + 320$,

ხოლო მიწოდების ფუნქციაა $P = f_S(Q) = 4Q + d$.

- a) 280 b) 240 c) 160 d) 200

დ) მიწოდების (არაცხადი სახის) ფუნქციაა $3P - 5Q - 840 = 0$. რამდენი

ერთეულით იცვლება მიწოდება ფასის 10 ერთეულით გაზრდისას?

- a) გაიზრდება 6 ერთეულით b) შემცირდება 8 ერთეულით
 c) შემცირდება 6 ერთეულით d) გაიზრდება 8 ერთეულით

ე) მოთხოვნის ფუნქციაა $P = f_D(Q) = 3aQ + 180$, ხოლო მიწოდების

ფუნქციაა $P = f_S(Q) = (1-a)Q + 120$. იპოვეთ a პარამეტრის

მნიშვნელობა, თუ წონასწორობის სიდიდეა 12 ერთეული.

- a) 2 b) -1 c) 1 d) -2

10. დეტერმინანტის შემცველი განტოლებები, უტოლობები,
მოთხოვნა-მიწოდების წონასწორობა
(3 ქულა)

ა) ამოხსენით უტოლობა $\begin{vmatrix} x & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -x \end{vmatrix} \geq 46$.

- a) $x \in [-2; 4]$ b) $x \in]-\infty; -2] \cup [4; +\infty[$ c) $x \in (-\infty; +\infty)$ d) $x \in \emptyset$

ბ) იპოვეთ $|x_1 \cdot x_2|$, თუ x_1 და x_2 არის შემდეგი განტოლების ფესვები

$$\begin{vmatrix} x & -1 & 2 \\ -2 & 4 & x \\ 0 & 3 & x \end{vmatrix} = -9$$

- a) 4 b) 6 c) 3 d) 2

გ) მოთხოვნის ფუნქციაა $P = -5Q + 150$, ხოლო მიწოდების

ფუნქციაა $P = \frac{1}{2}Q + 40$. იპოვეთ ახალი წონასწორობის სიდიდე,

თუ პროდუქციის ყოველ გაყიდულ ერთეულზე დაწესდა

გადასახადი (ბეგარა) ფასის 10 %-ის ოდენობით.

- a) 16,2 b) 19 c) 18 d) 21,6

დ) მოთხოვნის ფუნქციაა $P = aQ + 180$, ხოლო მიწოდების ფუნქციაა

$P = (5 + a)Q + 30$. მთავრობამ დააწესა ფიქსირებული გადასახადი

პროდუქციის ყოველ გაყიდულ ერთეულზე. იპოვეთ დაწესებული

გადასახადის სიდიდე, თუ ახალი წონასწორობის წერტილია (28; 158).

- a) 12 b) 7 c) 8 d) 10

11. წრფივი ფუნქციები ეკონომიკურ ამოცანებში,
წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები
(2 ქულა)

ა) სამკერვალო სალონი კერავს ერთი ტიპის პიჯაკებსა და შარვლებს.

სალონში ერთ დღეში შეუძლიათ შეკერონ ან 15 ცალი პიჯაკი ან 18 ცალი შარვალი. სალონში შეუძლიათ ერთდროულად შეკერონ პიჯაკებიც და შარვლებიც. დამოკიდებულება ერთ დღეში შეკერილი პიჯაკებისა და შარვლების რაოდენობებს შორის წრფივია. რამდენი შარვალი შეკერეს ერთ დღეს, თუ ცნობილია, რომ იმ დღეს შეიკერა 10 ცალი პიჯაკი.

- a) 6 b) 10 c) 8 d) 9

ბ) მოცემული განტოლებებიდან რომელი შეესაბამება მოთხოვნის ფუნქციას?

(i) $6P - 5Q - 450 = 0$ (ii) $4P + 5Q - 350 = 0$ (iii) $-3P - 2Q + 360 = 0$

- a) (ii) და (iii) b) (i) c) ყველა d) არც ერთი.

გ) გამოთვალეთ $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 = 5 \\ 2x_1 + 7x_2 = -1 \end{cases}$ სისტემის Δ_2 დამხმარე დეტერმინანტი

- a) 22 b) 11 c) -13 d) 13

დ) ჩაწერეთ $\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + 1 = -2 \\ x_1 - 2x_2 - 4 = 0 \end{cases}$ სისტემა ტოლფასი მატრიცული

განტოლების ფორმით.

a) $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

ე) b პარამეტრის რა მნიშვნელობისთვის ექნება უამრავი ამონახსნი

$\begin{cases} x_1 + bx_2 = 7 \\ 2x_1 + 5x_2 = 14 \end{cases}$ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას ?

- a) 2,5 b) 4 c) -2,5 d) 3

12. წრფივი ფუნქციები ეკონომიკურ ამოცანებში,
წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები
(3 ქულა)

ა) ტვირთის გადატანა 53 კმ-ზე ღირს 62 დოლარი, ხოლო 116 კმ-ზე – 104 დოლარი. რამდენი დოლარი ეღირება ტვირთის გადატანა 200 კმ-ზე, თუ ცნობილია, რომ დამოკიდებულება მანძილებსა და ტვირთის გადატანის ხარჯებს შორის წრფივია ?

- a) 160 b) 156 c) 162 d) 148

ბ) მოცემულია სისტემა $\begin{cases} 2x_1 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$. იპოვეთ x_2^2 .

- a) 2 b) 1 c) -1 d) 4

გ) გამოთვალეთ x_3 , თუ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix}$.

- a) -3 b) 2 c) 4 d) -2

დ) სამსაქონლიანი ბაზრის მოთხოვნის ფუნქციებია, შესაბამისად,

$$Q_1 = 8 - P_1 + P_2 - P_3 \qquad Q_1 = -3 + P_1$$

$$Q_2 = 10 + P_1 - P_2 - P_3, \text{ ხოლო მიწოდების ფუნქციებია } Q_2 = -7 + P_2$$

$$Q_3 = 6 + P_1 + P_2 - 3P_3 \qquad Q_3 = -2 + P_3$$

სადაც P_1 , P_2 და P_3 შესაბამისი პროდუქციის ერთეულის ფასებია.

იპოვეთ წონასწორობის P_1 ფასი.

- a) 9 b) 6 c) 7 d) 8

ე) k რიცხვითი პარამეტრის რა მთელი მნიშვნელობისათვის არა აქვს

$$\begin{cases} x - y - 3kz = 7 \\ x + 2ky + z = 3 \\ 2x - 3y - 4kz = 10 \end{cases} \text{ განტოლებათა სისტემას ერთადერთი ამონახსნი?}$$

- a) 1 b) 2 c) -1 d) -1/4