

უმაღლესი ალგებრა

(დასკვნითი გამოცდის ნიმუში)

1. გამოთვალეთ $\frac{-2+16i}{2+4i} - (2-4i)^2$

a) $15+18i$ b) $10-2i$ c) $8+4i$ d) $12-9i$

2. შეასრულეთ მოქმედება: $(-1-i\sqrt{3})^9$

a) 512 b) $512i$ c) -512 d) $-512i$

3. იპოვეთ $C = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ მატრიცის ყველა ელემენტის ჯამი.

პასუხი: -17

4. ამოხსენით მატრიცული განტოლება $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$

a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

(აწ $X \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 19 \\ -9 & -17 \end{pmatrix}$)

5. მოცემულია სისტემა $\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x + y - z = 2 \\ -x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$. იპოვეთ x (აწ y , აწ z)

პასუხი: 1

6. იპოვეთ $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 5 & 0 & -1 \\ 3 & 3 & -5 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ მატრიცის რანგი

პასუხი: 3

7. იპოვეთ იმ \vec{a} ვექტორის კოორდინატების ჯამი, რომელიც $\vec{b} = (1, -2, 3)$ ვექტორის კოლინეარულია, OZ ღერძის დადებით მიმართულებასთან ადგენს ბლაგვ კუთხეს და $|\vec{a}| = 3\sqrt{14}$.

პასუხი: -6

8. იპოვეთ სკალარული ნამრავლი $(6\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + 4\vec{b})$, თუ $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = 150^\circ$ (φ არის კუთხე \vec{a} და \vec{b} ვექტორებს შორის)

a) $-96 - 27\sqrt{3}$ b) a) 9 c) $96 + 27\sqrt{3}$ d) $6 - 7\sqrt{3}$

(ან იპოვეთ სკალარული ნამრავლი $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (3\vec{a} + 4\vec{b})$, სადაც $\vec{a} = (1; -1; 3)$, $\vec{b} = (2; 0; 4)$).

9. იპოვეთ ვექტორული ნამრავლის მოდული $|(2\vec{a} + 3\vec{b}) \wedge (\vec{a} - 2\vec{b})|$, თუ $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = 60^\circ$ (φ არის კუთხე \vec{a} და \vec{b} ვექტორებს შორის)

a) $7\sqrt{3}$ b) $14\sqrt{3}$ c) 14 d) 21

(ან იპოვეთ ვექტორული ნამრავლი $(2\vec{a} + 3\vec{b}) \wedge (4\vec{a} - \vec{b})$, სადაც $\vec{a} = (3; 2; -3)$, $\vec{b} = (1; 2; 4)$).

10. იპოვეთ ABC სამკუთხედის B კუთხე, თუ ცნობილია მისი წვეროების კოორდინატები: $A(1; -1; 2)$, $B(3; 1; 3)$, $C(0; -1; 1)$

a) $\arccos \frac{4}{\sqrt{17}}$ b) $\arccos \frac{4}{5}$ c) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{5}$ d) $\arccos \frac{\sqrt{17}}{17}$

(ან იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ ცნობილია მისი წვეროების კოორდინატები $A(1; -1; 2)$, $B(3; 1; 3)$, $C(0; -1; 1)$,

ახ იპოვეთ $DABC$ ტეტრაედრის მოცულობა, თუ ცნობილია მისი წვეროების კოორდინატები: $A(1;-1;2)$, $B(3;1;3)$, $C(0;-1;1)$, $(4,2,-3)$

11. მოცემული სიმრავლეებიდან რომელი წარმოადგენს ჯგუფს (ახ რგოლს და არა ველს, ახ ველს) აღნიშნული ოპერაციების მიმართ:

1) n -ური რიგის ($n \in \mathbb{N}$ – ფიქსირებულია) კვადრატულ მატრიცთა $M(n)$ სიმრავლე შეკრების ოპერაციის მიმართ;

2) კენტ რიცხვთა \mathbb{Z}' სიმრავლე შეკრების ოპერაციის მიმართ

3) ნამდვილ დადებით რიცხვთა \mathbb{R}_+ სიმრავლე განრავლების ოპერაციის მიმართ

4) n -ური რიგის ($n \in \mathbb{N}$ – ფიქსირებულია) კვადრატულ მატრიცთა $M(n)$ სიმრავლე გამრავლების ოპერაციის მიმართ;

5) n -ური რიგის ($n \in \mathbb{N}$ – ფიქსირებულია) სიმეტრიულ მატრიცთა $S(n)$ სიმრავლე შეკრების ოპერაციის მიმართ?)

a) მხოლოდ 1), 3) და 5) b) მხოლოდ 3) , 4) და 5) c) არც ერთი d) 3) და 5)

12. ამოხსენით გალუას $F_3 = \{0,1,2\}$ ველში წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

a) (0,0,1) b) (1,2,0) c) (0,1,2) d) (2,2,1)

13. ნაშთთა \mathbb{Z}_{16} რგოლში იპოვეთ $a = 5$ ელემენტის შრბრუნებული ელემენტი.

პასუხი: 13

14. მოცემული სიმრავლებიდან რომელი წარმოადგენს წრფივ სივრცეს ელემენტების შეკრების და რიცხვზე გამრავლების აღნიშნული ოპერაციების მიმართ:

1) R^4 სივრცის $(x_1, x_2, 0, 1)$ სახის ყველა ვექტორთა სიმრავლე $(x_1, x_2 \in R)$, სადაც შეკრების და რიცხვზე გამრავლების ოპერაციები ისეთივეა, როგორც R^4 სივრცეში;

2) $\{C^4 = (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1, x_2, x_3, x_4 \in C\}$ სიმრავლე (C კომპლექსურ რისხვთა სიმრავლეა), სადაც შეკრების და რიცხვზე გამრავლების ოპერაციები ისეთივეა, როგორც R^4 სივრცეში ;

3) $[a, b]$ მონაკვეთზე განსაზღვრულ ყველა უწყვეტ ფუნქციათა $C[a, b]$ სიმრავლე (ფუნქციათა შეკრების და ფუნქციის რიცხვზე გამრავლების ჩვეულებრივი ოპერაციების მიმართ).

4) მოცემული $m \times n$ განზომილების ყველა მატრიცთა $M(m, n)$ სიმრავლე (მატრიცთა შეკრების და მატრიცის რიცხვზე გამრავლების ჩვეულებრივი ოპერაციების მიმართ);

5) განშლად რიცხვით მიმდევრობათა სიმრავლე (მიმდევრობათა შეკრების და მიმდევრობის რიცხვზე გამრავლების ჩვეულებრივი ოპერაციების მიმართ)

a) მხოლოდ 2), 3), 4) b) ყველა c) მხოლოდ 2) და 3) d) მხოლოდ 1), 2), 3), 4)

15. დაამტკიცეთ, რომ $e_1 = (2, -1)$, $e_2 = (1, 2)$ არის R^2 სივრცის ბაზისი და იპოვეთ ამ ბაზისში სივრცის $a = (4, 3)$ ვექტორის კოორდინატები.

a) (1;2) b) ((3;-1) c)(2,2) d)(3;2)

16. იპოვეთ $\vec{Ax} = \vec{a} \times \vec{x}$ პირობით განსაზღვრული წრფივი $A: V_3 \rightarrow V_3$ გარდაქმნის მატრიცა $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ბაზისში, სადაც $\vec{a} = (2; -2; 4)$.

a) $\begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ 4 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ -4 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 5 \\ 2 & 0 & 4 \\ -5 & -4 & 0 \end{pmatrix}$