

Вопросы финального экзамена по теории вероятностей

Образцы билетов

Билет № 1

1) Из колоды из 36 карт случайно выбирают одну карту. Рассмотрим события : $A = \{ \text{эта карта не рисунок (туз считается рисунком)} \}$, $B = \{ \text{эта карта пика} \}$, $C = \{ \text{эта карта чёрная} \}$.
Вычислите $P[(A - C) \cup (B \cap C)]$. (2 балла)

Ответ: 19.

2) В ящике 5 белых , 4 чёрных и 6 жёлтых одинаковых шаров. Из ящика случайно извлечён один шар. Вычислите вероятность того, что извлечённый шар не жёлтого цвета. (3 балла)

Выберите один ответ:

а) $\frac{9}{15}$, б) $\frac{4}{15}$, в) $\frac{3}{8}$, г) $\frac{5}{15}$.

3) Два стрелка независимо друга от друга стреляют в мишень, каждый один раз. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,7, а вторым - 0,8. Вычислите вероятность того, что мишень не будет поражена . (2 балла)

Ответ: 0,06.

4) Имеем два идентичных ящика. В первом ящике 15 белых и 10 чёрных одинаковых шаров, а втором ящике - 8 белых и 17 чёрных шаров. Из случайно выбранного ящика извлечён один шар. Вычислите вероятность того, что извлечённый шар чёрный. (3 балла)

Выберите один ответ:

а) $\frac{27}{50}$, б) $\frac{17}{25}$, в) $\frac{17}{50}$, г) $\frac{10}{27}$.

5) Вероятность поражения мишени одним выстрелом 0,8 . Вычислите вероятность того, что из четырёх выстрелов мишень поразится один раз. (2 балла)

Ответ: 0,0256 .

6) Мастер изготавливает стандартную деталь с вероятностью 0,8. Вычислите вероятность того, что из 400 изготовленных деталей число стандартных деталей будет не менее 300 и не более 330. Ответ округлите с точностью до четырех цифр после запятой. (3 балла)

($\Phi(-x) = -\Phi(x)$, $\Phi(1,25) = 0,3943$, $\Phi(2) = 0,4772$, $\Phi(2,5) = 0,4938$, $\Phi(3) = 0,4986$).

Выберите один ответ:

а) 0,8881 , б) 0,8929 , в) 0,971 , г) 0,8715 .

7) Дана плотность непрерывной случайной величины ξ (3 балла)

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & \dots\dots\dots x \leq -1 \\ a \cdot x^2 & \dots\dots\dots -1 < x \leq 2. \\ 0 & \dots\dots\dots x > 2 \end{cases}$$

Вычислите. a

Выберите один ответ:

а) $\frac{1}{3}$, б) $\frac{2}{3}$, в) $\frac{1}{2}$, г) $\frac{1}{6}$.

8) Задано распределение дискретной случайной величины ξ . (2 балла)

ξ	-2	1	4	5
P	0,5	0,3	0.1	0.1

Вычислите $M(\xi)$.

ответ: 0,2

9) Дана функция распределения непрерывных случайной величины ξ . (3 балла)

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & \dots\dots\dots x \leq 8 \\ \frac{x-8}{10} & \dots\dots\dots 8 < x \leq 18. \\ 1 & \dots\dots\dots x > 18 \end{cases}$$

Вычислите $M(\xi)$.

Выберите один ответ:

- а) 13, б) 5, в) 4, г) 9

10) Задано распределение дискретной случайной величины ξ . (2 балла)

ξ	-3	2	3
P	0.5	0.3	0.2

Вычислите $D(\xi)$.

ответ: 7,41

11) ξ и η независимые случайные величины. $M(\xi) = 2$, $M(\eta) = -3$.

Вычислите $M(3\xi - 2\xi\eta)$. (2 балла)

ответ: 18.

12) Случайная величина ξ распределена равномерно на отрезке $[4, b]$. $M(\xi) = 5$

Вычислите b . (2 балла)

ответ: 6.

13) Дана выборка: 5, 3, 5, 7, 4, 5, 3, 3, 1, 9.

Найти точечную оценку \bar{X} неизвестного математического ожидания. (2 балла)

ответ: 4,5.

14) Дана выборка: 3, 3, -1, 7, 4, -5, 2, 3. (3 балла)

Найти точечную оценку S_n^2 неизвестной дисперсии.

Выберите один ответ:

- а) 11,25, б) 11,5, в) 10,2, г) 12,25.

15) Наблюдение над 16 учениками показало, что им для решение одной задачи в среднем требуется 10 минут. Построить 95%-ый доверительный интервал для среднего времени решения задач, если известно, что $\sigma^2 = 9$, $Z_{0,025} = 1,96$, $Z_{0,001} = 3,08$, $Z_{0,0025} = 2,81$, (Ответ округлите с точностью до четырех цифр после запятой.)

(3 балла)

Выберите один ответ:

а) [8,53 ; 11,47], б) [8,25; 11,75], в) [7,56; 12.44], г) [9,45; 11.55].

16) Дана выборка двух количественных признаков. (3 балла)

X	0	1	2	3	4	5
Y	1	3	5	7	9	11

Написать уравнение линейной регрессии зависимости переменной y от переменной x .

Выберите один ответ:

а) $y = 2x + 1$, б) $y = 2x - 1$, в) $y = x + 2$, г) $y = x - 2$.

Билет № 2

1) Брошена одна игральная кость. Рассмотрим событие: (2 балла)

$A = \{ \text{Выпадет простое число} \};$

$B = \{ \text{Выпадет число, меньшее, чем 4} \};$

$C = \{ \text{Выпадет чётное число} \};$

$D = \{ \text{Выпадет нечётное число} \};$

Вычислите $n[(D \cap A) \cup (C - B)]$

Ответ: 4.

2) Из колоды из 36 карт случайно выбирают одну карту. Рассмотрим событие: $A = \{ \text{эта карта рисунок (туз считается рисунком)} \}$, $B = \{ \text{вышла трефа} \}$.

(3 балла)

Вычислите вероятность события $A - B$.

Выберите один ответ:

а) $\frac{1}{3}$, б) $\frac{4}{9}$, в) $\frac{1}{9}$, г) $\frac{1}{4}$.

- 3) Два стрелка независимо друга от друга стреляют в мишень, каждый один раз. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,9, а вторым - 0,8. Вычислите вероятность того, что мишень будет поражена. (2 балла)

Ответ: 0,98.

- 4) Из учеников 20 мальчиков и 30 девочек. Вероятность того, что ученик мальчик сдаст экзамен, равна 0,7, а для девочки эта вероятность равна 0,9. Вычислите вероятность того, что случайно выбранный ученик сдаст этот экзамен. (3 балла)

Выберите один ответ:

- а) $\frac{41}{50}$, б) $\frac{7}{25}$, в) $\frac{27}{50}$, г) $\frac{3}{25}$.

- 5) Симметричная монета брошена три раза. Вычислите вероятность того, что «герб» появится два раза.

Ответ: 0,98.

- 6) Вероятность того, что ученик сдаст экзамен, равна 0,9. Вычислите вероятность того, что из 100 учеников, которые вышли на экзамен, сдадут экзамен не более 99 и не менее 87. Ответ округлите с точностью до четырех цифр после запятой.

($\Phi(-x) = -\Phi(x)$, $\Phi(1) = 0,3437$, $\Phi(2) = 0,4772$, $\Phi(3) = 0,4986$). (3 балла)

Выберите один ответ:

- а) 0,8423, б) 0,8209, в) 0,9578, г) 0,1549.

- 7) Дана плотность ξ непрерывной случайной величины (3 балла)

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & \dots \dots \dots x \leq 3 \\ a \cdot x & \dots \dots \dots 3 < x \leq 5. \\ 0 & \dots \dots \dots x > 5 \end{cases}$$

Вычислите a

Выберите один ответ:

- а) $\frac{1}{8}$, б) $\frac{5}{8}$, в) $\frac{3}{8}$, г) $\frac{5}{8}$.

8) Задано распределение дискретной случайной величины ξ . (2 балла)

ξ	-2	-1	0	5
P	0,1	0,2	0,3	0,5

Вычислите $M(\xi)$.

Ответ: 2,1

9) Дана функция распределения непрерывной случайной величины ξ . (3 балла)

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & \dots\dots\dots x \leq 6 \\ \frac{x^2 - 36}{64} & \dots\dots\dots 6 < x \leq 10. \\ 1 & \dots\dots\dots x > 10 \end{cases}$$

Вычислите $M(\xi)$.

Выберите один ответ:

- а) $8\frac{1}{6}$, б) $7\frac{5}{6}$, в) $8\frac{1}{3}$, г) $7\frac{2}{3}$

10) Задано распределение дискретной случайной величины ξ . (2 балла)

ξ	-2	0	1	3
P	0,3	0,2	0,4	0,1

Вычислите $D(\xi)$.

Ответ: 2,49

11) ξ и η независимые случайные величины. $D(\xi) = 4$, $D(\eta) = 2$.

Вычислите $D(4\xi + 2\eta)$. (2 балла)

ответ: 72.

12) Случайная величина ξ распределена равномерно на отрезке $[a, 6]$ и $M(\xi) = 1$.

Вычислите a . (2 балла)

ответ: -4.

13) Дана выборка: 2, 2, -5, 3, 4, 2, 7, 7.

Найти точечную оценку \bar{X} неизвестного математического ожидания. (2 балла)

ответ: 2,75.

14) Дана выборка: 2, 0, 4, 3, 3, -5, 2, 3, 0, -2. (3 балла)

Найти точечную оценку S_n^2 неизвестной дисперсии.

Выберите один ответ:

- а) 7, б) 11, в) 10. г) 12,25

15) Наблюдение над 25 педагогов показала, что им для проверки одной работы в среднем требуется 15 минут. Построить 99% доверительный интервал для среднего времени проверки работ, если известно, что $\sigma^2 = 16$ и $Z_{0,05} = 1,64$, $Z_{0,005} = 2,57$, $Z_{0,01} = 2,33$. (Ответ округлите с точностью до трёх цифр после запятой.) (3 балла)

Выберите один ответ:

- а) [12,944; 17,056], б) [12,256; 17,744], в) [11,568; 18.432], г) [11,45; 18.55]

16) Дана выборка двух количественных признаков. (3 балла)

X	0	1	2	3	4	5
Y	1	3	5	7	9	11

Написать уравнение линейной регрессии зависимости переменной y от переменной x.

Выберите один ответ:

- а) $y = 2x + 1$, б) $y = 2x - 1$, в) $y = x + 2$, г) $y = x - 2$.

Билет № 3

1) Названо натуральное число. Рассмотрим события: (2 балла)

$A = \{\text{число больше, чем } 4\};$

$B = \{\text{число кратное } 3\}$

$C = \{\text{число чётное}\};$

$D = \{\text{число не больше } 20\};$

Вычислите $n[(D - B) \cap (A \cap C)]$

Ответ: 5 .

2) Брошены две игральные кости. Вычислите классическую вероятность того, что произведение цифр на игровых косточках больше, чем 20. (3 балла)

Выберите один ответ:

- а) $\frac{1}{6}$, б) $\frac{1}{9}$, в) $\frac{1}{12}$, г) $\frac{5}{18}$.

3) Два стрелка независимо друга от друга стреляют в мишень, каждый один раз. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,6, а вторым - 0,7. Вычислите вероятность того, что мишень поразится лишь одной пулей. (2 балла)

Ответ: 0,46

4) Среди участников учебной стрельбы в военном училище 7 курсантов и 3 офицера. Для каждого курсанта вероятность поражения цели одним выстрелом равна 0,6, а для офицера – 0,9. Один из участников произвёл один выстрел. Найти вероятность того, что цель была поражена. (3 балла)

Выберите один ответ:

- а) 0,69, б) 0,54, в) 0,27, г) 0,42.

5) Вероятность того, что в одном эксперименте случится событие A , равна 0,9. Вычислить вероятность того, что в трёх таких же экспериментах событие A случится 3 раза. (2 балла)

Ответ: 0,729.

6) Вероятность того, что в одном эксперименте случится событие A , равна 0,6. Вычислить вероятность того, что в 600 таких же экспериментах событие A случится не менее 354 и не более 375. Ответ округлите точностью до четырёх цифр после запятой.

($\Phi(-x) = -\Phi(x)$, $\Phi(1,25) = 0,3943$, $\Phi(0,5) = 0,1915$, $\Phi(3) = 0,4986$). (3 балла)

Выберите один ответ:

- а) 0,5858, б) 0,8939, в) 0,6901, г) 0,3074.

7) Дана плотность непрерывной случайной величины ξ (3 балла)

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & \dots \dots \dots x \leq 1 \\ a & \dots \dots \dots 1 < x \leq 3. \\ 0 & \dots \dots \dots x > 3 \end{cases}$$

Вычислите a

Выберите один ответ:

- а) $\frac{1}{2}$, б) 3, в) $\frac{1}{3}$, г) 2.

8) Задано распределение дискретной случайной величины ξ . (2 балла)

ξ	2	3	5	7
-------	---	---	---	---

P	0,1	0,5	0,2	0,2
-----	-----	-----	-----	-----

Вычислите $M(\xi)$.

Ответ: 4,1.

9) Дана функция распределения непрерывной случайной величины ξ . (3 балла)

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & \dots \dots \dots x \leq -6 \\ \frac{x+6}{16} & \dots \dots \dots -6 < x \leq 10. \\ 1 & \dots \dots \dots x > 10 \end{cases}$$

Вычислите $M(\xi)$.

Выберите один ответ:

- а) 2, б) 4, в) 5, г) 8

10) Задано распределение дискретной случайной величины ξ . (2 балла)

ξ	2	0	3
P	0.2	0.6	0.2

Вычислите $D(\xi)$.

Ответ: 1,6.

11) ξ и η независимые случайные величины. $D(\xi) = 2$, $D(\eta) = 3$.

Вычислите $D(\xi - 2\eta)$. (2 балла)

ответ: 14.

12) Случайная величина ξ распределена равномерно на отрезке $[-8, b]$ и $M(\xi) = 3$.

Вычислите b . (2 балла)

ответ: 14.

13) Дана выборка: 1, -2, 3, 4, 0, 1, 8, 5

Найти точечную оценку \bar{X} неизвестного математического ожидания. (2 балла)

ответ: 2,5.

14) Дана выборка: 2, -1, 4, 0, 3, -1, 2, 3, 0, -2. (3 балла)

Найти точечную оценку S_n^2 неизвестной дисперсии.

Выберите один ответ:

- а) 3,8, б) 6, в) 4,25. г) 12,25

15) В результате проверки выяснилось, что средний вес 16 мячей регби производство фирмы „GILBERT“ равен 435 г. Построить 98%-ый доверительный интервал для среднего веса мяча регби, если известно, что $\sigma^2 = 1225$ и $Z_{0,01} = 2,33$, $Z_{0,0025} = 2,81$, $Z_{0,05} = 1,64$.

(Ответ округлите с точностью до четырех цифр после запятой.) (3 балла)

Выберите один ответ:

- а) [414,6125; 455,3875], б) [412,6125; 457,3875], в) [413,7448; 456.2552],
г) [411,7448; 458.2552]

16) Дана выборка двух количественных признаков. (3 балла)

X	0	1	2	3	4	5
Y	1	3	5	7	9	11

Написать уравнение линейной регрессии зависимости переменной y от переменной x .

Выберите один ответ:

- а) $y = 2x + 1$, б) $y = 2x - 1$, в) $y = x + 2$, г) $y = x - 2$.