

## Темы промежуточного экзамена по теории вероятностей и математической статистики

- I) Элементы комбинаторики;
- II) Пространство элементарных событий, действия над событиями;
- III) Классическое определение вероятности ;
- IV) Геометрическое определение вероятности;
- V) Условная вероятность, независимые события;
- VI) Вероятность произведения двух событий, вероятность суммы двух событий ;
- VII) Полная система событий ;
- VIII) Формулу полной вероятности и формула Байеса;
- IX) Формула Бернулли;
- X) Интегральная теорема Муавр-Лапласа;
- XI) Дискретная случайная величина, функция распределения ;
- XII) Непрерывная случайная величина, функция распределения.

# Теория вероятностей и математическая статистика

## Образцы билетов

### Билет № 1

- 1) Вычислить  $\frac{P_5 - C_{10}^3}{A_7^2}$ . (3 очка)  
а) 0, б) 3, в) 7, г) 2.
- 2) Бросили одну игральную кость. Рассмотрим следующие события: (2 очка)  
 $A = \{ \text{выпало простое число} \};$   
 $B = \{ \text{выпало число, меньшее 4-x} \};$   
 $C = \{ \text{выпала чётная цифра} \};$   
 $D = \{ \text{выпала нечётная цифра} \}.$   
Найти  $n[(D \cap A) \cup (C - B)]$   
а) 4, б) 3, в) 5, г) 2.
- 3) В ящике 5 белых, 4 чёрных и 6 жёлтых шара. Из ящика, не глядя, достали один шар. Найти вероятность того, что этот шар не жёлтый. (2 очка)  
а)  $\frac{9}{15}$ , б)  $\frac{4}{16}$ , в)  $\frac{3}{8}$ , г)  $\frac{5}{16}$ .
- 4) Вершины A и D квадрата ABCD соединены с точкой E, которая является серединой его стороны BC. Найти вероятность того, что наудачу взятая в квадрате точка попадёт в треугольник AED. (3 очка)  
а) 0,5, б) 0,4, в) 0,25, г) 0,2.
- 5) Дано  $P(E) = 0,6$ ,  $P(A|E) = 0,2$ . Найти  $P(A \cap E)$ . (2 очка)  
Ответ: 0,12
- 6) Из колоды в 36 карт наудачу достали 2 карты. Найти вероятность того, что обе карты являются рисунками (туз также считайте рисунком). (3 очка)  
Ответ:  $\frac{4}{21}$ .
- 7) Из колоды в 36 карт наудачу достали 1 карту. Рассмотрим 2 события:  $A = \{ \text{выпала бубна (кирпич)} \}$ ,  $B = \{ \text{выпала чёрная карта} \}$ . Какое из нижеприведённых событий надо выбрать, чтобы вместе с событиями A и B они составили полную систему событий?

$C=\{\text{выпала трефа (крест)}\}$ ,  $D=\{\text{выпал рисунок (туз также считайте рисунком)}\}$ ,  $E=\{\text{выпала красная карта}\}$ ,  $M=\{\text{выпала черва (сердце)}\}$ . (2 пункта)

Ответ: М .

- 8) Для каждого из 7 курсантов вероятность поражения цели одним выстрелом равна 0,6, а для каждого из офицеров - 0,9. Один человек из этих 2-х групп выстрелил по цели. Найти вероятность того, что цель будет поражена. (3 очка)

а) 0,69 , б) 0,54 , в) 0,27 , г) 0,42 .

- 9) При каждом выстреле вероятность попадания в мишень равна  $\frac{2}{3}$ . Найти вероятность того, что в случае четырёх выстрелов будет одно попадание. (2 очка)

Ответ:  $\frac{8}{81}$ .

- 10) Для каждого из учеников школы вероятность того, что он сдаст экзамен, равна 0,9. Найти вероятность того, что из 100 учеников, вышедших на экзамен, экзамен сдадут не более 99 и не менее 87 учеников. Ответ округлить с точностью до четвёртого знака после запятой. ( $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ ,  $\Phi(1) = 0,3437$ ,  $\Phi(2) = 0,4772$ ,  $\Phi(3) = 0,4986$ ). (3 очка)

а) 0,8423 , б) 0,8209 , в) 0,9578 , г) 0,1549 .

- 11) Дано распределение дискретной случайной величины  $\xi$ . (2 очка)

$\xi$	-7	-3	4	7
p	4m	0,1	0,5	m

Найти m .

а) 0,08 , б) 0,1 , в) 0,6 , г) 0,01 .

- 12) Дана функция распределения непрерывной случайной величины  $\xi$  (3 очка)

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & \dots \dots \dots x \leq 4 \\ \frac{x^2 - 16}{20} & \dots \dots \dots 4 < x \leq 6. \\ 1 & \dots \dots \dots x > 6 \end{cases}$$

Найти вероятность  $P(-5 < \xi \leq 5)$ .

Ответ:  $\frac{9}{20}$ .

Билет № 2

1) Вычислить  $\frac{A_6^4 - P_5}{C_5^2}$ . (3 очка)

Ответ: 24.

2) Называют некоторое натуральное число. Рассмотрим события: (2 очка)

$A = \{\text{это число больше } 4-x\}$ ;

$B = \{\text{это число кратно } 3\}$ ;

$C = \{\text{это число чётное}\}$ ;

$D = \{\text{это число не превосходит числа } 20\}$ ;

Вычислить  $n[(D-B) \cap (A \cap C)]$

а) 5, б) 6, в) 14, г) 8.

3) Из колоды в 36 карт наудачу достали 1 карту. Рассмотрим события:  $A = \{\text{выпал рисунок (туз также считайте рисунком)}\}$ ,  $B = \{\text{выпала трефа (крест)}\}$ .

Найти вероятность события  $A - B$ . (2 очка)

а)  $\frac{1}{3}$ , б)  $\frac{4}{9}$ , в)  $\frac{1}{9}$ , г)  $\frac{1}{4}$ .

4) В квадрат со стороной 5см вписан круг. Найти вероятность того, что наудачу взятая в квадрате точка попадёт в этот круг. (3 очка)

а)  $\frac{\pi}{4}$ , б)  $\frac{\pi}{5}$ , в)  $\frac{\pi}{25}$ , г)  $\frac{\pi}{16}$ .

5) Два стрелка независимо друг от друга по одному разу стреляют в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,7, а для второго - 0,8. Найти вероятность того, что в мишень не попадёт ни один из них. (2 очка)

Ответ: 0,06.

- 6)  $A$  и  $B$  независимые события, причём  $P(B) = 0,4$  и  $P(A) = 0,5$ . Найти  $P(A \cup B)$ . (3 очка)

Ответ: 0,7 .

- 7) Бросают одну игральную кость. Рассмотрим события:  $C = \{\text{выпала нечётная цифра}\}$ ,  $D = \{\text{выпала цифра 2 или 6}\}$ . Какое из нижеприведённых событий надо выбрать, чтобы вместе с событиями  $C$  и  $D$  они составили полную систему событий?

$A = \{\text{выпала цифра 3 или 6}\}$ ,  $B = \{\text{выпала цифра 4 или 5}\}$ ,  $E = \{\text{выпала цифра 4}\}$ ,  $M = \{\text{выпало чётное число}\}$ . (2 очка)

Ответ:  $E$  .

- 8) Имеется два одинаковых ящика. В первом ящике 15 белых и 10 чёрных шаров, а во втором - 8 белых и 17 чёрных. Из наудачу выбранного ящика достали один шар. Найти вероятность того, что этот шар чёрный. (3 очка)

а)  $\frac{27}{50}$ ,    б)  $\frac{17}{25}$ ,    в)  $\frac{17}{50}$ ,    г)  $\frac{10}{27}$  .

- 9) Симметричную монету подбросили 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет 2 раза. (2 очка)

Ответ:  $\frac{15}{64}$  .

- 10) В каждом испытании вероятность события  $A$  одна и та же и равна 0,6. Найти вероятность того, что в 600 испытаниях событие  $A$  произойдёт не менее 354 раз и не более 375 раз. Ответ округлить с точностью до четвертого знака после запятой. ( $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ ,  $\Phi(1,25) = 0,3943$ ,  $\Phi(0,5) = 0,1915$ ,  $\Phi(3) = 0,4986$ ). (3 очка)

а) 0,5858 ,    б) 0,8939 ,    в) 0,6901 ,    г) 0,3074 .

- 11) Дано распределение дискретной случайной величины  $\xi$  . (2 очка)

$\xi$	-5,4	-2	1,15	5
p	0,5	0,1	0,3	0,1

Вычислить значение функции распределения в точке  $x = -1$  .

а) 0,6 ,    б) 0,1 ,    в) 0,5 ,    г) 0,9 .

- 12) Дана функция распределения непрерывной случайной величины  $\xi$  . (3 очка)

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & \dots\dots\dots x \leq 5 \\ \frac{x^2 - 25}{39} & \dots\dots\dots 5 < x \leq 8. \\ 1 & \dots\dots\dots x > 8 \end{cases}$$

Вычислить  $F_{\xi}(7)$ .

Ответ:  $\frac{8}{13}$ .

### ბოლოვანი № 3

1) Вычислить  $\frac{A_5^2 - C_5^2}{P_2}$ . (3 очка)

Ответ: 5 .

2) Из колоды в 36 карт наудачу достали 1 карту. (2 очка)

Рассмотрим события:  $A = \{ \text{эта карта не рисунок (тут также считать рисунком)} \}$ ,  $B = \{ \text{эта карта пика} \}$ ,  $C = \{ \text{эта карта чёрная} \}$ .

Найти  $n[(A - C) \cup (B \cap C)]$

ა) 19 ,   ბ) 27 ,   გ) 28 ,   დ) 17.

3) Бросили две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших цифр равно 20. (2 очка)

ა)  $\frac{1}{9}$  ,   ბ)  $\frac{1}{6}$  ,   გ)  $\frac{1}{12}$  ,   დ)  $\frac{5}{18}$ .

4) Даны две concentric окружности, радиусы которых 3 и 5. В большой круг падает точка. Найти вероятность того, что эта точка упадёт в образованное этими окружностями кольцо. (3 очка)

ა)  $\frac{16}{25}$  ,   ბ)  $\frac{2}{5}$  ,   გ)  $\frac{\pi}{25}$  ,   დ)  $\frac{\pi}{16}$ .

5)  $C$  и  $B$  независимые события.  $P(A) = 0,5$  и  $P(B) = 0,8$ . Найти  $P(A \cap B)$ . (2 очка)

Ответ: 0,4 .

6)  $C$  и  $D$  несовместные события.  $P(C) = 0,2$  и  $P(D) = 0,6$ . Найти  $P(C \cup D)$ . (3 очка)

Ответ: 0,8 .

- 7) В мишень по одному разу стреляют 3 курсанта. Рассмотрим события:  $A = \{\text{попал в мишень только один из них}\}$ ,  $B = \{\text{попали в мишень более двух курсантов}\}$ . Какое из нижеприведённых событий надо выбрать, чтобы вместе с событиями  $A$  и  $B$  они создали полную систему событий?

$C = \{\text{в мишень попали минимум 2 курсанта}\}$ ,  $D = \{\text{попали двое}\}$ ,  $E = \{\text{попали в мишень менее трёх курсантов}\}$ ,  $M = \{\text{попали в мишень максимум два курсанта}\}$ . (2 очка)

Ответ:  $D$ .

- 8) В классе 20 мальчиков и 30 девочек. Известно, что мальчики экзамен успешно сдают с вероятностью 0,7, а девочки – с вероятностью 0,9. Наудачу выбранный ученик успешно сдал экзамен. Найти вероятность того, что этот ученик мальчик. (3 очка)

а)  $\frac{14}{41}$ ,    б)  $\frac{2}{5}$ ,    в)  $\frac{7}{9}$ ,    г)  $\frac{14}{27}$ .

- 9) В каждом из данных испытаний вероятность события  $A$  одна и та же и равна  $\frac{3}{5}$ . Найти вероятность того, что в таких трёх испытаниях событие  $A$  произойдёт ровно 2 раза. (2 очка)

Ответ:  $\frac{54}{125}$ .

- 10) Вероятность того, что изготовленная мастером деталь будет стандартной, равна 0,8. Найти вероятность того, что из 400 изготовленных деталей число стандартных деталей будет не менее 300 и не более 330. Ответ округлить с точностью до четвёртого знака после запятой. ( $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ ,  $\Phi(1,25) = 0,3943$ ,  $\Phi(2) = 0,4772$ ,  $\Phi(2,5) = 0,4938$ ,  $\Phi(3) = 0,4986$ ). (3 очка)

а) 0,8881,    б) 0,8929,    в) 0,971,    г) 0,8715.

- 11) Дано распределение дискретной случайной величины  $\xi$ . (2 очка)

$\xi$	12	15,3	21,1	25
p	0,2	0,1	0,4	0,3

Вычислить  $P(\xi \geq 15)$ .

а) 0,8,    б) 0,2,    в) 0,7,    г) 0,9.

12) Дана функция распределения непрерывной случайной величины  $\xi$ . (3 очка)

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & \dots\dots\dots x \leq -6 \\ \frac{x+6}{16} & \dots\dots\dots -6 < x \leq 10. \\ 1 & \dots\dots\dots x > 10 \end{cases}$$

Вычислить  $P(-2 < \xi \leq 16)$ .

Ответ:  $\frac{3}{4}$ .