

Образец заключительного экзамена

«Инженерная математика 3»

(в каждом задании будут даны 4 ответа, один из которых верный)

1. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$. Найти: а) их скалярное произведение; б) координаты их векторного произведения; в) угол между этими векторами; г) площадь треугольника, построенного на этих векторах.

2. Найти значение частной производной $\partial f / \partial x$ в точке $(-1; 1)$, если $f(x, y) = 4x^3 + 8xy^2 + y - 12$.

3. Найти $\text{grad } f(1; -2)$, если $f(x, y) = x^5 y^2 + x + 2y^2$.

4. а) Найти скорость движения материальной точки для указанного значения переменной t , если закон движения этой точки описывается векторным уравнением

$$\vec{r}(t) = 2 \sin t \vec{i} + (1 + 3t) \vec{j} + (t^3 - 4t) \vec{k}, \quad t = 0.$$

б) Найти ускорение движения материальной точки для указанного значения переменной t , если скорость движения материальной точки описывается векторным уравнением

$$\vec{v}(t) = 2t \vec{i} + (4 - t^2) \vec{j} + (6t + 2t^2) \vec{k}, \quad t = 1.$$

5. а) Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области: $\int_{-1}^0 \int_{-1}^1 (x + y + 1) dx dy$.

б) Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области: $\int_0^1 \int_1^2 2xe^y dy dx$.

6. Вычислить дивергенцию $\text{div } \vec{F}$ векторного поля $\vec{F} = -6x\vec{i} + y^5\vec{j} + z\vec{k}$.

7. Найти ротор $\text{curl } \vec{F}$ вектора $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} - e^x\vec{j} + xz\vec{k}$.

8. Найти частное: $\frac{1 + 2i}{2 - 3i}$.

9. Вычислить интеграл $\int_C (x^2 - y^2) ds$ вдоль кривой $\vec{r}(t) = 2 \cos t \vec{i} + 2 \sin t \vec{j}$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$.

10. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка:

$$8y' - y = 0 .$$

11. Найти модуль и аргумент комплексного числа $-1 - \sqrt{3}i$.

12. Написать характеристическое уравнение для данного дифференциального уравнения и найти его корни: $y'' - 4y' + 3y = 0$.

13. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$.

14. Найти частное решение дифференциального уравнения с данными начальными условиями:

$$y'' - y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = -1 .$$

15. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 2y = 0$.

16. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y' - 2y = 6x - 5$.