

Инженерная математика 1  
(ფიზიკური გამოცდის ნიმუში)  
Заключительный экзамен  
Образец

**I**

1.1. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 8}{2x^2 - 7}$

1.2. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt{x^3 + 31}$

1.3. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow -5} \sqrt[3]{(3 - x)^2}$

1.4. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 + x - 7}{\sqrt{4x - 11} - 1}$

1.5. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{7x + 1}{\frac{1}{3 - x} + 2}$

1.6. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow -2} 5^{x^2 + 6x + 10}$

1.7. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow -3} \log_3(2x^2 + 3x - 6)$

1.8. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (3\sin x - 5\cos 2x)$

1.9. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( 3\operatorname{tg} \frac{3x}{2} + 7 \right)$

1.10. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(8x + 2)\pi}{\arcsin x}$

**II**

2. 1. Решить уравнение:

$$\begin{vmatrix} 5x & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ x & 4 \end{vmatrix}$$

2. 2. Решить неравенство:

$$\begin{vmatrix} -3 & 15 \\ 2 & t \end{vmatrix} > 0$$

2. 3. Найти матрицу, транспонированную матрице  $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$

2. 4. Вычислить минор элемента  $a_{22} = 5$  матрицы  $A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ -4 & 5 & 0 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

2. 5. Вычислить алгебраическое дополнение элемента  $a_{31} = 5$  матрицы  $A =$

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 3 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

2. 6. Найти то значение параметра  $a$ , при котором определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -5 & a \end{pmatrix}$  равен 47.

2. 7. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  и ненулевое число  $\alpha$ . Чему равен определитель матрицы  $\alpha A$  ?

2. 8. Вычислить определитель матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 4 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

2. 9. При каком значении параметра  $a$  для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$  не существует обратная матрица ?

2. 10. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 17 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -7 & 7 \\ 11 & 13 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 63 & 9 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$ .

Для какой из этих четырёх матриц существует обратная матрица ?

### III

3. 1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x+10 \cos x}{2x+8-5 \cos x}$

3. 2. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{36x^2+5}}{2x-1}$

3. 3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x+\sqrt{9x^2+4}}{x+14}$

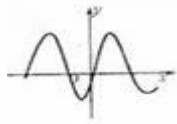
3. 4. При каком значении параметра  $a$  будет выполнено равенство

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-8)x^2 - 2ax}{ax^2 + 13a} = 1$$

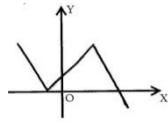
- 3.5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{4x^2 - 32x})$
- 3.6. Найти горизонтальную асимптоту графика функции  $y = \frac{16x^3 + 25}{8x^3 + 5}$
- 3.7. Найти горизонтальную асимптоту графика функции  $y = \frac{16x + 4 \sin x}{2x - \cos x}$
- 3.8. Найти вертикальную асимптоту графика функции  $y = 3 \ln(4x - 8)$
- 3.9. При каком значении параметра  $a$  график функции  $y = \frac{ax^2 - 16}{x + 2}$  не будет иметь вертикальной асимптоты?
- 3.10. Сколько горизонтальных и сколько вертикальных асимптот имеет график функции  $y = \frac{4x}{1 - 3x^2}$

## IV

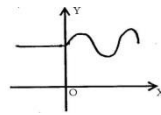
- 4.1. Найти область определения функции  $y = x^2 \sqrt{3x - 5}$
- 4.2. Найти область определения функции  $y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3x + 6}{2}$
- 4.3. Найти множество значений функции  $y = \sqrt{x^2 + 4x + 20}$
- 4.4. Какая из нижеприведённых функций является нечётной?
- а)  $y = 3x^2 - 7x$     б)  $y = 9x + 5$     в)  $y = 2(x^3 + x)$     г)  $y = |x + x^3|$
- 4.5. Для какого значения параметра  $a$  точка  $M(a, 2a)$  принадлежит графику функции  $y = x^2 + 3x - 12$
- 4.6. Ширина прямоугольника равна  $x$  м, а его длина на 6 м больше. Представить площадь  $S$  квадрата, периметр которого равен периметру этого прямоугольника, как функцию  $x$ .
- 4.7. Какая из представленных на рисунке кривых не является графиком некоторой функции  $y = f(x)$ ?



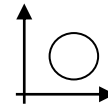
а)



б)



в)



г)

4.8. Найти наибольшее значение функции  $y = |8 + 3x|$  на отрезке  $[-4; -1]$

4.9. Какое из нижеприведённых равенств не определяет  $y$  как функцию аргумента  $x$  ?

а)  $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}y = 0$     б)  $5x^2 + 2y = 3$     в)  $y^2 - 9 = x$     г)  $y\sqrt{x} + 12 = 0$

4.10. Дана функция  $f(x) = x^2$ . Найти  $\frac{f(x+2h) - f(x-2h)}{4h}$ , где  $h \neq 0$ .

## V

5.1. Найти производную функции  $r(x) = \frac{3}{x} + 7x + \frac{3}{x^2}$  в точке  $x = -2$ .

5.2. Найти производную функции  $\varphi(x) = 2x \cos x$  в точке  $x = 0$ .

5.3. Найти производную функции  $f(x) = \frac{7x-6}{x^2+1}$  в точке  $x = 1$ .

5.4. Найти производную функции  $g(x) = \frac{\sqrt{x}-16}{\sqrt{x}+2}$  в точке  $x = 1$ .

5.5. Найти значение второй производной функции  $y = x^2 - 7 \sin x$  в точке  $x = -\frac{\pi}{2}$ .

5.6. Найти производную функции  $y = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$  в точке  $x = \frac{\pi}{3}$ .

5.7. Найти производную функции  $y = \csc x + (1 + \sqrt{2}) \sec x$  в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ .

5.8. Найти производную функции  $y = \frac{-3}{\sin x}$  в точке  $x = \frac{\pi}{3}$ .

5.9. Найти производную функции  $y = e^{x-2}(3x-2)$  в точке  $x = 2$ .

5.10. Найти производную функции  $y = 15\sqrt[5]{x^3} + 6x^{-\frac{5}{6}}$  в точке  $x = 1$ .

## VI

6. 1. Найти производную функции  $y = -6\cos^{-5}x$ .
6. 2. Найти производную функции  $y = e^{(\sin x + x^2)}$ .
6. 3. Найти производную функции  $y = \tan(x^3 + 4)$ .
6. 4. Найти производную функции  $y = 2x^3 \ln^2 x$ .
6. 5. Найти производную функции  $y = 8^{\arccos x}$ .
6. 6. Найти производную функции  $y = \cos(e^{x^2 + 3x - 2})$ .
6. 7. Найти производную функции  $y = \ln \tan 2x$ .
6. 8. Найти производную функции  $y = \ln(x^2 + \sqrt{x})$ .
6. 9. Найти производную функции  $y = xe^{2-x^2}$ .
6. 10. Найти производную функции  $y = \sqrt{(2x-5)^4}$ .

## VII

- 7.1. Найти абсолютный минимум функции  $f(x) = 4 - x^2$  на сегменте  $[-3;1]$
- 7.2. Найти абсолютный максимум функции  $f(x) = 3x^{\frac{2}{3}}$  на сегменте  $[1,8]$ .
- 7.3. Найти локальный минимум функции  $f(x) = x^3 + 3x^2$
- 7.4. Найти локальный максимум функции  $f(x) = x^3 + 3x^2$
- 7.5. Найти абсолютный минимум функции  $f(x) = x^3 + 3x^2$  на сегменте  $[-1;1]$
- 7.6. Найти абсолютный максимум функции  $f(x) = x^3 + 3x^2$  на сегменте  $[-2,5; 1]$
- 7.7. Найти локальный минимум функции  $f(x) = 5x \ln x$
- 7.8. Найти локальный минимум функции  $f(x) = 6x^{\frac{1}{3}}(x - 4)$
- 7.9. Найти промежуток возрастания функции  $f(x) = 2x - 4\sqrt{x+1}$
- 7.10. Найти промежуток убывания функции  $f(x) = 3x^2 - 4x^3$

## VIII

8. 1. Найти промежуток выпуклости графика функции  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x - 4$
8. 2. Найти произведение координат точки перегиба графика функции  $y = 3x^5 - 5x^4$
8. 3. Найти промежуток вогнутости графика функции  $y = x^{\frac{5}{3}} + 3x - 2$
8. 4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + 1}{x + \sin x}$ .

8. 5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ .

8. 6. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \cot x \right).$$

8. 7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x}$ .

8. 8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 4+} x^{\frac{1}{x-4}}$ .

8. 9. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0+} (2x)^{2x}$ .

8. 10. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x)^{\frac{1}{2x}}$ .

## IX

9.1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x - 1}$

9.2. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{6}{x} - \frac{12}{x+2}}{2-x}$

9.3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x - 12}{x^2 - 9}$

9.4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - 3\sqrt{x-1}}{2x - x^2}$

9.5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - 6}{\sqrt{x+6} - 3}$

9.6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^3 + 10} - 3}{x + 1}$

9.7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt[3]{9+x} - 2}$

9.8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+12} - 4}$

9.9. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4x + 5\sin x}{x}$

9.10. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + x \cos x}{\sin x (x + \cos x)}$

## X

10. 1. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & \text{от } 0 \leq x < 1 \\ x^2 + 3x + 5, & \text{от } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Найти среднее арифметическое левого и правого пределов этой функции в точке  $x = 1$ .

10. 2. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} 4 \sin \frac{\pi x}{6}, & \text{от } 0 \leq x < 3 \\ 2^x, & \text{от } 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Найти среднее арифметическое левого и правого пределов этой функции в точке  $x = 3$ .

10. 3. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} \log_2 \frac{x}{4}, & \text{от } 0 < x < 1 \\ e^{x-1} + 2, & \text{от } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Найти среднее арифметическое левого и правого пределов этой функции в точке  $x = 1$ .

10. 4. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} \tan \frac{\pi x}{4}, & \text{от } 2 < x < 4 \\ \frac{1}{x} + 6\frac{2}{3}, & \text{от } 4 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

Найти среднее арифметическое левого и правого пределов этой функции в точке  $x = 4$ .

10. 5. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} \cos 3\pi x, & \text{от } 0 < x < 1 \\ 4, & \text{от } x = 1 \\ |x - 6|, & \text{от } 1 < x < 4 \end{cases}$$

Найти среднее арифметическое левого и правого пределов этой функции в точке  $x = 1$ .

10. 6. Для какого значения параметра  $a$  функция

$$f(x) = \begin{cases} 7x + 3, & \text{если } x \leq 1 \\ 6 - ax^2, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

будет непрерывной во всей своей области определения?

10. 7. Для какого значения параметра  $a$  функция

$$f(x) = \begin{cases} 2^x, & \text{если } x \leq 2 \\ ax + 10, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

будет непрерывной во всей своей области определения?

10. 8. Для какого значения параметра  $a$  функция

$$f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2} + 13, & \text{если } x < 1 \\ x^2 + a, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

будет непрерывной во всей своей области определения?

10. 9. Для какого значения параметра  $a$  функция

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(x + 15), & \text{если } 0 < x \leq 1 \\ x^2 - ax - 1, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

будет непрерывной во всей своей области определения?

10. 10. Для какого значения параметра  $a$  функция

$$f(x) = \begin{cases} \tan \frac{\pi}{x} + 2a, & \text{если } 3 < x < 4 \\ 7 + \sqrt{x}, & \text{если } 4 \leq x < 5 \end{cases}$$

будет непрерывной во всей своей области определения?

## XI

11. 1. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3+9x^2-5x-11}}{15+x}$$

11. 2. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3-3x^2+5x-1}}{\sqrt[5]{x^5-x^4+1}}$$

11. 3. Известно, что  $f(x)$  и  $g(x)$  многочлены и  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 3$ .

Найти  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ .

11. 4. Для какого значения параметра  $a$  будет выполнено равенство



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 11} - \sqrt{4x^2 - ax + 5}) = 1.$$

11.5 Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - \sqrt{9x^2 + 40x - 1})$$

11.6. Найти горизонтальную асимптоту функции  $y = \frac{2x^3 - 15}{|x|^3 + 3}$

11.7. Найти горизонтальную асимптоту функции  $y = \sqrt{x^2 + 9x} - x$

11.8. Найти вертикальные асимптоты функции  $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{(x-3)(x-2)(x-7)}$

11.9. Для какого значения параметра  $a$  горизонтальной асимптотой графика функции  $y = \frac{ax^2 + x + 7}{-x^2 + ax}$  будет прямая  $y = 12$  ?

11.10. Сколько горизонтальных и сколько вертикальных асимптот имеет график функции  $y = \frac{\sin x}{x(x-1)}$  ?

## XII

12.1. Найти область определения функции  $y = \frac{\sqrt{5 - \sqrt{x+1}}}{x-4}$ .

12.2. Найти область определения функции  $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x^2-1}$

12.3. Найти множество значений функции  $y = \begin{cases} 2\sqrt{-x}, & -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{3x^3}, & 0 < x \leq 3 \end{cases}$

12.4. Найти наибольшее значение функции  $y = \frac{12}{x^2 - 4x + a} - 1$ , если известно, что точка  $M(2;1)$  принадлежит графику этой функции.

12.5. Какая из нижеприведённых функций является нечётной ?

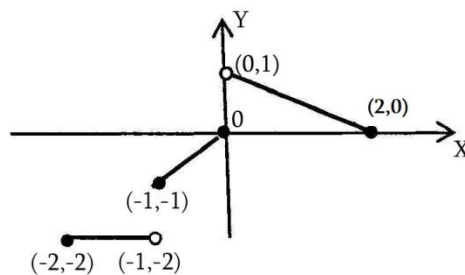
а)  $y = (2x+4)^2 - (2x-4)^2$     б)  $y = \sqrt{x+5} - \sqrt{x-5}$     в)  $y = 3|x|^3 + 1$     г)  $y = x^3 \cdot 3^x$

12. 6. При каком значении параметра  $a$  точка  $M(a;9)$  принадлежит графику функции

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2 - 6x + 6}.$$

12. 7. На определённом участке пути максимальная допустимая скорость движения 80 км/ч, а минимальная - 60 км/ч. В случае нарушения этого ограничения скорости штраф составляет 2 лари за каждый 1 км отклонения скорости от допустимого промежутка. Выразить величину штрафа  $F$  как функцию скорости движения  $x$ , если  $0 \leq x \leq 100$ .

12. 8. График какой функции изображён на рисунке ?



12. 9. Какое из нижеприведённых равенств определяет  $y$  как функцию аргумента  $x$  ?

а)  $|x| + |y| = 1$     б)  $|x - y| = 3$     в)  $x^2 + y^3 = 0$     г)  $y^2 + 4x^3 = 1$

12. 10. Дана функция  $f(x) = 2x^3$ . Найти  $\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$ , где  $h \neq 0$ .

### XIII

13. 1. Найти значение параметра  $a$ , при котором функция

$$g(x) = \begin{cases} 2ax, & x < 0 \\ x^2 - x, & x \geq 0 \end{cases}$$

имеет производную в точке  $x = 0$ .

13. 2. Допустим, что для любого действительного значения  $x$  функция  $f(x)$  имеет производную и выполняется равенство  $f(x) = f(-x)$ . Если  $f'(17) = -21$ , то чему равно  $f'(-17)$  ?

13.3. Если прямая  $y = 2x - 1$  является касательной к параболы  $y = ax^2 + bx$  в точке  $M(1; 1)$ , то чему равно произведение  $ab$  ?

13.4. Найти угловой коэффициент прямой, перпендикулярной касательной к графику функции  $y = x^3 - x + 1$ , проведённой в точке  $(1, 1)$ .

13.5. Допустим, что радиус шара возрастает с постоянной скоростью  $4\text{ м/с}$ . Тогда, в тот момент, когда радиус этого шара станет равным  $\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$  м, чему будет равна скорость возрастания его объёма ?

13.6. Найти значение производной 1200-го порядка  $y^{(1200)}$  функции  $y = \cos^2 x \cdot (\sin x + \sin x \cdot \operatorname{tg}^2 x)$  в точке  $x = \frac{\pi}{6}$ .

13.7. В каких из нижеперечисленных точках касательная к графику функции  $y = x^2 - 7x$  параллельна прямой  $y = x + 15$  ?

а)  $(4; -12)$ ;      б)  $(-3; 30)$ ;      в)  $(-5; 60)$ ;      г)  $(3; -12)$ .

13.8. Найти значения параметров  $a, b$  и  $c$ , если параболы  $y = x^2 + ax + b$  и  $y = cx - x^2$  в точке  $(1, 2)$  имеют общую касательную ..

13.9. Для производства  $x$  стиральных машин затраты составляют  $C(x) = 2000 + 100x - 0,2x^2$  лари. Найти маржинальную себестоимость производства 150 стиральных машин.

13.10. Уравнение движения движущегося вдоль координатной прямой тела задаётся функцией  $S = 2t^3 - 15t^2 + 36t$ , где координата  $S$  тела измеряется в метрах, а время  $t$  в секундах. Каково ускорение этого тела в тот момент, когда его скорость равна нулю, а с начала движение прошло более 3 секунд?

## XIV

14.1. Найти производную неявно заданной функции  $xy + y^2 = 2x + y$ .

14.2. Найти производную неявно заданной функции  $y \sin \frac{1}{y} = 1 - 3xy$ .

14.3. Найти производную неявно заданной функции  $y^3 + y = 2 \sin x$ .

14.4. Найти производную неявно заданной функции  $e^{x^2 y} = x + 3y$ .

14.5. Найти производную неявно заданной функции  $x + \cot g(xy) = 0$ .

14.6. Найти производную неявно заданной функции  $e^{3x} = \sin(x + 2y)$ .

14.7. Найти производную неявно заданной функции  $(2xy + 6)^2 = y$ .

14. 8. Найти производную неявно заданной функции  $x^2 - \sqrt{3}xy + y^2 = 5$ .
14. 9. Найти производную неявно заданной функции  $2xy + \pi \cos y = 2\pi$ .
14. 10. Найти производную неявно заданной функции  $y = 2 \cos(\pi x - y)$ .

## XV

- 15.1. Функция  $f(x) = x^2 + 2x - 1$  задана на сегменте  $[0;2]$ . Найти значение  $c$ , соответствующее теореме о среднем для данной функции на данном сегменте.
15. 2. Функция  $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$  задана на сегменте  $[-1;2]$ . Найти значение  $c$ , соответствующее теореме о среднем для данной функции на данном сегменте.
- 15.3. Функция  $f(x) = \sqrt{x-1}$  задана на сегменте  $[1;6]$ . Найти значение  $c$ , соответствующее теореме о среднем для данной функции на данном сегменте.
- 15.4. Функция  $f(x) = \ln x$  задана на сегменте  $[1;e]$ . Найти значение  $c$ , соответствующее теореме о среднем для данной функции на данном сегменте.
15. 5. Функция  $f(x) = \ln 2x$  задана на сегменте  $[\frac{1}{4}; \frac{e}{2}]$ . Найти значение  $c$ , соответствующее теореме о среднем для данной функции на данном сегменте.
15. 6. Функция  $f(x) = \log_2 x$  задана на сегменте  $[1;4]$ . Найти значение  $c$ , соответствующее теореме о среднем для данной функции на данном сегменте.
- 15.7. Функция  $f(x) = e^x$  задана на сегменте  $[-1;1]$ . Найти значение  $c$ , соответствующее теореме о среднем для данной функции на данном сегменте.
15. 8. Функция  $f(x) = e^{3x}$  задана на сегменте  $[-1; \frac{1}{3}]$ . Найти значение  $c$ , соответствующее теореме о среднем для данной функции на данном сегменте.
15. 9. Функция  $f(x) = 2\sin x$  задана на сегменте  $[1;1+\pi]$ . Найти значение  $c$ , соответствующее теореме о среднем для данной функции на данном сегменте.
15. 10. Функция  $f(x) = 3\cos x$  задана на сегменте  $[1;1+\pi]$ . Найти значение  $c$ , соответствующее теореме о среднем для данной функции на данном сегменте.

## XVI

16. 1. Найти промежуток выпуклости графика функции  $f(x) = \ln(4 - x^2)$ .

16. 2. Найти значение параметра  $a$ , если абсцисса точки перегиба графика функции

$$y = 4x^2 + \frac{a}{2x} \text{ равна } 1.$$

16. 3. Найти значение параметров  $a$  и  $b$ , если точка  $M(1;3)$  является точкой перегиба графика функции  $y = ax^3 + bx^2$ .

16. 4. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sin 2x - 2x}$ .

16. 5. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{\ln(x^2 - 1)}{\ln(x - 1)}$ .

16. 6. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{e^x - 1}{x(e^x + 2)}$ .

16. 7. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0+} x(\ln x)^3$ .

16. 8. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0+} x^{2\operatorname{tg} x}$ .

16. 9. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0+} \cos x^{3\operatorname{ctg} x}$ .

16. 10. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{\frac{4}{x}}$ .